

基于应变的结构疲劳寿命概率模型*

Strain-based Probabilistic Model of Structural Fatigue Life

北京航空航天大学能源与动力工程学院 高阳 白广忱
贵州航空发动机研究所 张瑛莉

[摘要] 对航空铝合金 7050-T7451 疲劳试验数据进行统计分析,得出其对数寿命的标准差与均值近似呈线性关系。在此基础上建立了高循环疲劳和低循环疲劳都适用的基于应变的疲劳寿命概率模型,进一步根据对数寿命均值的置信下限和标准差的置信上限给出了置信水平 0.95 的概率模型,并应用该模型进行了某航天器机械臂的疲劳可靠性分析,得到了其寿命分布及可靠度水平 0.998 7 的臂管寿命。

关键词: 疲劳寿命 应变 概率模型

[ABSTRACT] The linear relationship between the standard deviations and means of $\lg N_f$ in different strain levels is discovered by the statistical analysis of the HCF and LCF fatigue test data of AL 7050-T7451, and a strain-based probabilistic model of fatigue life is presented, which is suitable for HCF and LCF. Furthermore, the probabilistic model with confidence of 0.95 is established based on the interval estimation of the standard deviations and means of $\lg N_f$. The fatigue reliability of a mechanical hand on space shuttle is analyzed by this model, and the distribution of fatigue life and reliable life with reliability of 0.998 7 are obtained.

Keywords: Fatigue life Strain Probability model

航空航天结构重视设计分析的可靠性,尤其是结构疲劳可靠性,因为它对飞行安全具有重要意义。疲劳可靠性理论(应力)方法可以分为高循环疲劳可靠性理论方法和低循环疲劳可靠性理论(应变)方法两种^[1-2]。工程上一般将寿命大于 10^5 次循环的称为高循环疲劳,小于 10^5 次循环称为低循环疲劳^[3]。然而对寿命在 10^5 次循环左右的结构进行疲劳可靠性分析时,采用应力方法还是应变方法并没有定论。高循环疲劳和低循环疲劳可靠性分析方法中都肯定了疲劳寿命服从对数正态分布的假设,并且疲劳寿命的分散性随

应力或应变水平的增大而减小^[4-5](即高寿命区分散性较大,低寿命区分散性较小)。

本文根据航空铝合金 7050-T7451 高、低循环疲劳试验数据的统计分析,得到了在 11 个不同应变水平下的对数寿命标准差和均值,两者之间存在近似的线性关系。采用三参数幂函数公式,进行拟合得到了对数寿命均值和标准差的线性函数,在此基础上建立了概率寿命模型。进一步根据参数的置信区间估计方法建立了具有一定置信水平的概率寿命模型。该模型不同于假设疲劳性能参数服从某种分布的模型,模型中只有一个标准正态随机变量,模型参数均来自试验数据的统计分析,具有更好的工程实用价值。运用该模型对某航天器机械臂臂管进行了疲劳可靠性分析,得到了其疲劳寿命的概率分布。

1 试验数据的统计分析

表 1 给出了航空铝合金 7050-T7451 的低循环疲劳试验数据^[6],其中 0.005 至 0.010 四个应变水平下的数据来自美国海军航空兵武器系统部(NAVAIR)进行的高循环疲劳试验,其余 7 个应变水平下的数据来自美国 METCUT 实验室的低循环疲劳试验数据。

由于疲劳寿命服从对数正态分布,根据表 1 中数据,各应变水平下对数寿命的均值和标准差的无偏估计可由公式(1)、(2)获得,计算结果如表 2 所示。

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i ; \quad (1)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} 。 \quad (2)$$

式中, x_i 为对数寿命, \bar{x} 为对数寿命的均值, S 为对数寿命的标准差, n 为各应变水平下的试验件数。

考虑到疲劳寿命服从对数正态分布,并且对数寿命标准差有随寿命增大而增大的趋势,因此对对数寿命标准差和均值进行了线性回归分析,得出对数寿命的标准差与均值近似成线性关系,线性相关系数为 0.92,如图 1 所示。

* 基金项目:863 国家高技术研究发展计划(2006AA04Z405)。

表1 铝合金 7050-T7451 疲劳试验数据

应变 $\Delta\varepsilon_t$	件数	$2N_f$ (寿命)
0.005	10	597 166, 609 754, 652 596, 660 884, 665 700, 686 404, 738 994, 762 730, 832 536, 895 878
0.006	15	191 300, 256 118, 261 872, 264 112, 264 556, 279 370, 291 176, 291 626, 295 618, 303 112, 307 076, 329 962, 331 346, 341 598, 351 354
0.008	15	66 852, 68 947, 69 706, 71 308, 75 256, 81 280, 83 578, 84 188, 84 962, 85 514, 87 984, 88 486, 88 604, 89 232, 95 990
0.010	15	25 246, 26 134, 16 420, 26 568, 26 842, 27 606, 27 718, 28 130, 28 314, 28 648, 28 872, 29 468, 29 900, 30 126, 30 764
0.012	15	11 387, 13 211, 11 811, 12 203, 12 729, 11 921, 13 553, 12 547, 9 045, 13 257, 11 391, 12 875, 12 871, 10 649, 11 231
0.014	13	4 277, 5 757, 5 793, 6 327, 6 217, 5 775, 5 357, 5 511, 5 465, 5 669, 5 413, 6 631, 5 345
0.024	15	1361, 1489, 1485, 1569, 1587, 1471, 1521, 1643, 1295, 1581, 1501, 1517, 1687, 1573, 1423
0.030	15	925, 977, 1 059, 1 047, 1 005, 869, 975, 997, 899, 977, 1 067, 1 089, 1 023, 1 043, 899
0.040	15	483, 585, 585, 537, 561, 559, 593, 571, 577, 525, 575, 589, 595, 579, 557
0.060	14	223, 239, 246, 239, 233, 261, 237, 241, 239, 241, 231, 239, 243, 245
0.080	15	133, 137, 143, 139, 131, 137, 141, 137, 143, 137, 143, 135, 139, 135, 141

表2 对数寿命的均值和标准差

应变 $\Delta\varepsilon_t$	件数 n /件	疲劳寿命的对数 $\lg N_f$	
		均值	标准差
0.005	10	5.546 9	0.057 2
0.006	15	5.158 0	0.065 7
0.008	15	4.607 4	0.048 6
0.010	15	4.132 5	0.064 9
0.012	15	3.777 7	0.045 5
0.014	13	3.449 3	0.046 2
0.024	15	2.878 0	0.029 9
0.030	15	2.693 7	0.030 1
0.040	15	2.450 2	0.024 2
0.060	14	2.078 5	0.015 3
0.080	15	1.838 9	0.011 7

2 概率寿命模型

由于在低循环疲劳和高循环疲劳范围内对数寿命标准差与对数寿命均值存在近似线性关系,因此我们希望能够得到一个对于低循环疲劳和高循环疲劳普遍适用的概率寿命模型。综合考虑了应力疲劳和应变疲劳的各种寿命模型,选取基于循环总应变的三参数幂函数公式构建疲劳寿命概率模型,因为三参数模型能够很好地体现疲劳极限的存在,并且对疲劳试验数据的拟和精度较高^[7]。

疲劳寿命 N_f 的三参数幂函数表示为

$$N_f = a(\Delta\varepsilon_t - \varepsilon_0)^b, \quad (3)$$

式中, a 、 b 、 ε_0 为待定参数,可由疲劳试验数据的回归分析获得,两边取对数:

$$\lg N_f = \lg a + b \times \lg(\Delta\varepsilon_t - \varepsilon_0), \quad (4)$$

由于 $\lg N_f$ 服从正态分布,对于确定性公式(4),可以认为对数寿命均值与 $\lg(\Delta\varepsilon_t - \varepsilon_0)$ 成线性关系。由前面分析得出,对数寿命标准差 σ 与对数寿命均值成线性关系,因此 σ 与 $\lg(\Delta\varepsilon_t - \varepsilon_0)$ 同样存在线性关系,假设为:

$$\sigma = c + d \times \lg(\Delta\varepsilon_t - \varepsilon_0), \quad (5)$$

式中, c 、 d 为待定系数则对数寿命的随机变量形式可以表示为:

$$\lg N_f = \lg a + b \times \lg(\Delta\varepsilon_t - \varepsilon_0) + (c + d \times \lg(\Delta\varepsilon_t - \varepsilon_0))\mu, \quad (6)$$

式中, μ 为标准正态随机变量,整理得到:

$$\lg N_f = \lg a + b \times c \mu + (b + d \mu) \lg(\Delta\varepsilon_t - \varepsilon_0). \quad (7)$$

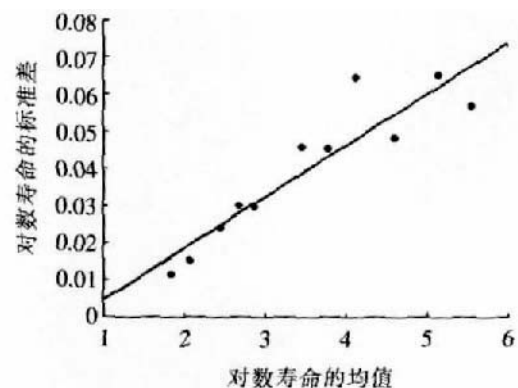


图1 对数寿命标准差与均值的相互关系

Fig.1 Relationship between the standard deviation and the mean value of logarithm life

据此可得到疲劳寿命的概率模型

$$N_f = a \times 10^{\mu} (\Delta \varepsilon_f - \varepsilon_0)^{b + 4\mu} \quad (8)$$

根据表 2 中铝合金 7050-T7451 疲劳试验数据的线性回归分析^[8]可以得到对数寿命均值的线性表达式:

$$\lg N_f = -0.644 4 - 2.141 2 \times \lg(\Delta \varepsilon_f - 0.003 819), \quad (9)$$

线性相关系数为 0.996 8, 如图 2 所示, 拟合精度很高。

同样可由表 2 数据得到对数寿命标准差的线性表达式:

$$\sigma = -0.018 35 - 0.030 04 \times \lg(\Delta \varepsilon_f - 0.003 819), \quad (10)$$

线性相关系数为 0.922 1, 如图 3 所示。

由对数寿命均值和标准差的线性表达式可以得到铝合金 7050-T7451 的概率寿命模型:

$$N_f = \frac{10^{-0.644 4 - 0.018 35\mu}}{(\Delta \varepsilon_f - 0.003 819)^{2.141 2 + 0.03 004\mu}}, \quad (11)$$

该模型中只有一个标准正态随机变量 μ , 其余参数均来自材料试验数据的统计分析, 因此具有较好的工程实用价值。

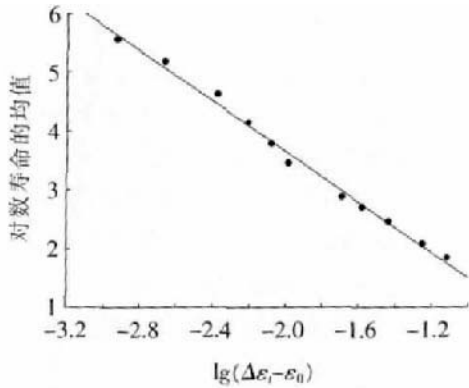


图 2 对数寿命均值的线性拟合

Fig.2 Linear fitting of logarithm life mean value

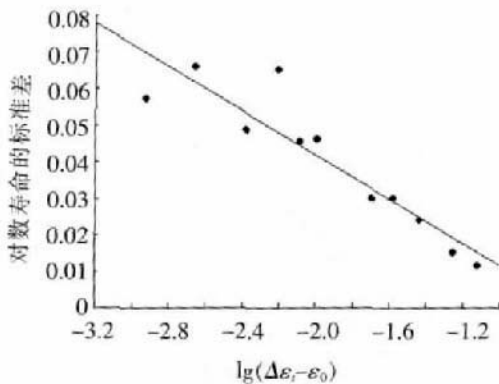


图 3 对数寿命标准差的线性拟合

Fig.3 Linear fitting of the standard deviation of logarithm life

表 3 对数寿命均值和标准差的置信区间

应变 $\Delta \varepsilon_f$	疲劳寿命的对数 $\lg N_f$	
	均 值	标 准 差
0.005	[5.506 0, 5.587 9]	[0.039 4, 0.104 5]
0.006	[5.121 6, 5.194 4]	[0.048 1, 0.103 6]
0.008	[4.580 5, 4.634 3]	[0.035 6, 0.076 7]
0.010	[4.096 5, 4.168 4]	[0.047 5, 0.102 4]
0.012	[3.752 4, 3.802 9]	[0.033 3, 0.071 8]
0.014	[3.421 4, 3.477 3]	[0.033 1, 0.076 3]
0.024	[2.861 5, 2.894 6]	[0.021 9, 0.047 1]
0.030	[2.677 0, 2.710 3]	[0.022 0, 0.047 4]
0.040	[2.436 8, 2.463 6]	[0.017 7, 0.038 2]
0.060	[2.069 7, 2.087 4]	[0.011 1, 0.024 7]
0.080	[1.832 5, 1.845 4]	[0.008 5, 0.018 4]

3 考虑置信度的应变寿命概率模型

考虑到试验样本对参数估计有影响, 表 2 给出的对数寿命均值和标准差是试验样本参数的点估计值, 它们本身也是随机变量, 与母体特征参数的真实值之间存在误差。在进行结构疲劳寿命可靠性分析时, 如果试验样本较少, 采用根据点估计值得到的概率模型有可能会由于点估计值与母体特征参数之间存在较大误差而得到偏于危险的设计分析结果。因此, 为了得到具有高置信度的概率模型, 可采用置信区间估计法^[9]计算对数寿命标准差和均值。表 3 给出了置信度为 0.95 时航空铝合金 7050-T7451 各应变水平下对数寿命均值和标准差的区间估计, 从表中可以看出对数寿命标准差具有较大的变化范围。为了保证结构设计分析的安全性, 可以选取对数寿命均值的置信下限和标准差的置信上限建立具有一定置信水平的疲劳寿命概率模型。根据表 3 可以得到对数寿命均值置信下限和对数寿命标准差置信上限的线性表达式:

$$\lg N_f = -0.626 1 - 2.119 0 \times \lg(\Delta \varepsilon_f - 0.003 827), \quad (12)$$

$$\sigma = -0.03 521 - 0.051 45 \times \lg(\Delta \varepsilon_f - 0.003 827), \quad (13)$$

线性相关系数分别为 0.996 7 和 0.950 8。从而建立了置信度水平 0.95 的应变寿命概率模型:

$$N_f = \frac{10^{-0.626 1 - 0.035 21\mu}}{(\Delta \varepsilon_f - 0.003 827)^{2.119 0 + 0.051 45\mu}} \quad (14)$$

4 机械臂疲劳寿命可靠性分析

图 4 为某航天器机械臂示意图, 其机械臂臂管为铝合金空心圆管, 截面内径 $r=2.86\text{cm}$, 外径 $R=7.0\text{cm}$ 。

机械臂运动中臂管只承受弯矩,机械臂设计要求能够承受弯矩 $M=10^5\text{N}\cdot\text{m}$,由应力计算公式^[10]

$$\sigma_{\max} = \frac{4MR}{\pi(R^4 - r^4)} \quad (15)$$

得到最大应力 $\sigma_{\max}=382.04\text{MPa}$,由于臂管截面的对称性,截面上最大拉应力和最大压应力对称分布,大小相等,方向相反。在机械臂从一侧抓取货物运动到另一侧的过程中,由于弯矩方向的改变,臂管外壁上的一点 A 经历了从最大压应力到最大拉应力的过程,因此机械臂臂管危险点的循环应力为 $2\sigma_{\max}$,由于处于弹性范围,循环应变为

$$\Delta\varepsilon_r = \frac{2\sigma_{\max}}{E} \quad (16)$$

采用本文给出的置信度为 0.95 的应变寿命概率模型对机械臂管进行可靠性分析,选取弯矩 M ,弹性模量 E 为随机变量,取变异系数为 0.01。采用蒙特卡洛方法对臂管疲劳寿命进行 10 万次随机抽样计算,得到了机械臂臂管的疲劳寿命分布直方图(如图 5),纵坐标为抽样次数,横坐标为疲劳寿命,疲劳寿命最小为 4 563 次循环,最大为 23 429 次循环。图 6 给出了疲

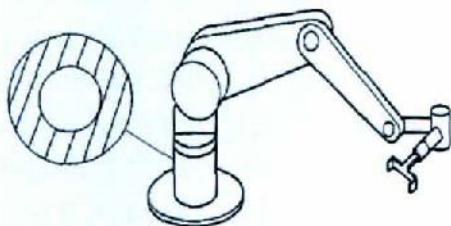


图 4 航天器机械臂示意图

Fig.4 Mechanical arm of space vehicle

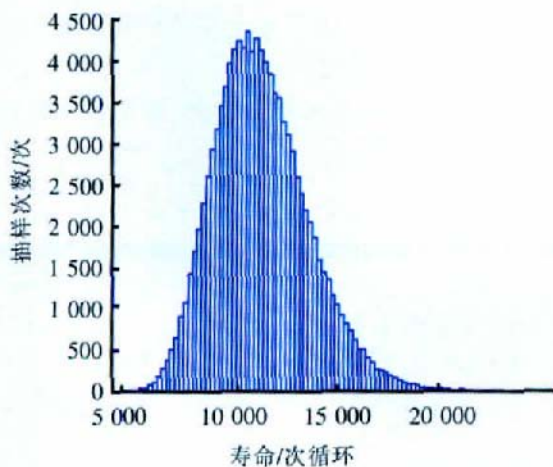


图 5 疲劳寿命分布直方图

Fig.5 Distribution histogram of fatigue life

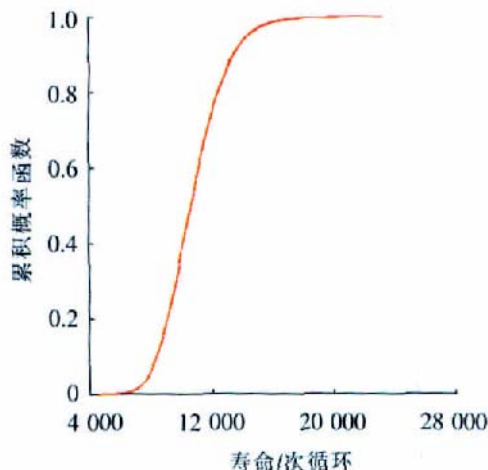


图 6 疲劳寿命累积概率分布

Fig.6 Cumulative probability distribution of fatigue life

劳寿命的累积概率函数曲线,分析得到置信度 0.95、可靠度 0.998 7 的机械臂臂管寿命为 6 120 次循环。

5 结论

本课题根据航空铝合金 7050-T7451 的高循环疲劳和低循环疲劳试验数据的统计分析得到:不论是高循环疲劳还是低循环疲劳,在一定应变水平下,对数寿命标准差和均值都近似呈线性关系。根据疲劳寿命的三参数幂函数公式,建立了基于应变的疲劳寿命概率模型,该模型对高循环疲劳和低循环疲劳都适用。

进一步考虑试验样本对参数估计的影响,在一定置信水平下,选择对数寿命均值的置信下限和对数寿命标准差的置信上限建立了具有一定置信度的疲劳寿命概率模型,并用于设计分析,能够保证结构具有较高的疲劳可靠性。应用该模型进行航天器机械臂的疲劳可靠性分析,得到了机械臂臂管的疲劳寿命分布及可靠寿命。

参 考 文 献

- [1] 高镇同,熊峻江. 疲劳/断裂可靠性研究现状与展望. 机械强度,1995,17(3):61-80.
- [2] 赵永翔,杨冰,张卫华. 应变疲劳可靠性理论与方法的新进. 机械强度,2005,27(5):604-611.
- [3] 苏清文. 航空涡喷、涡扇发动机主要零部件定寿指南. 北京:航空工业出版社,2004.
- [4] 傅惠民,刘成瑞. ε - N 曲线和 P - ε - N 曲线整体推断方法. 航空动力学报,2006,21(6):957-961.
- [5] 傅惠民,刘成瑞. S - N 曲线和 P - S - N 曲线小子样测试方法. 机械强度,2006,28(4):295-302. (下转第 89 页)

