

# 外圆车削过程中的零件变形分析

## Cutting Deformation Analysis of Cylindrical Turning Process

北京航空制造工程研究所 李初晔 王 焱 孟月梅

**[摘要]** 由于弯曲变形的影响,在车削细长轴类零件时车削厚度随车削位置发生变化,使最终成型零件呈现两头小中间鼓起的木桶状,影响零件精度。本文从切削参数入手,从理论上预测了车削轴类零件的车削力和加工精度。

**关键词:** 弯曲变形 车削 精度

**[ABSTRACT]** The turning thickness is changed with the turning position under the influence of bending deformation during turning thin and long shaft or spindle. This makes the final part shows the tub-shape. The turning force and processing precision are predicted in theory based on the cutting parameters.

**Keywords:** Bending deformation Turning Precision

由于弯曲变形的影响,在车削细长轴类零件时,车削厚度随车削位置发生变化,造成最终的成型零件呈现两头小中间鼓起的木桶状,影响零件的精度。偏差大小与毛坯零件的弯曲刚度有关,产生弯曲的切削力与切削参数有关,本文从切削参数入手,从理论上预测了车削力和车削轴类零件的加工精度,并与置氢钛合金零件的车削数据比较,两者具有较好的一致性。

### 1 外圆车削工件变形计算

图 1 为外圆车削加工示意图,卡盘卡住轴的一端,另一端用顶针顶住,整个结构可以简化为静不定弹性梁系统,在卡盘处有支撑力和弯矩,尾顶处有支撑力。图示状态下,径向切削力  $f_r$  和主切削力  $f_t$  都将使加工轴发生弹性弯曲,径向切削力使轴在 XY 平面内弯曲,主切削力使轴在 XZ 平面内弯曲,进给力只会使轴沿 X 向发生拉压变形,不会使轴发生弯曲,因此分别考虑径向切削力和主切削力对轴弯曲变形的影响。

去掉右边的支撑代之反力,将不定梁转化为悬臂梁结构,通过位移连续性条件确定反力大小,同时在加工过程中,由于材料的不断去除,零件的刚性发生变化,在

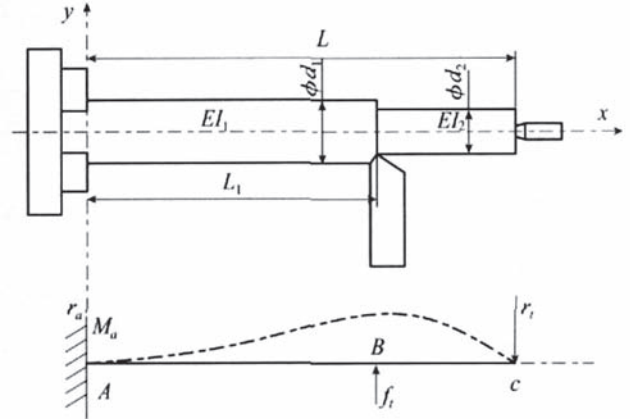


图 1 车削加工示意图

Fig.1 Schematic diagram of turning process

车刀左右两边,梁的惯性矩不同。由于线性关系存在,可以分别考虑径向切削力  $f_r$  和主切削力  $f_t$  的独立作用效果,假定在  $f_r, f_t$  作用下,右端顶针反力分别为  $r_r, r_t$ 。

主切削力  $f_t$  作用下悬臂梁的变形为:

AB 段:  $0 \leq x \leq L_1$ ,

$$\begin{cases} EI_1 \frac{d^2 v}{dx^2} = -f_t \times L_1 + f_t \times x \\ EI_1 \frac{dv}{dx} = -f_t \times L_1 \times x + \frac{1}{2} f_t \times x^2 + C_1 \\ EI_1 v(x) = -\frac{1}{2} f_t \times L_1 \times x^2 + \frac{1}{6} f_t \times x^3 + C_1 x + D_1 \end{cases} \quad (1)$$

BC 段:  $L_1 \leq x \leq L$ ,

$$\begin{cases} EI_2 \frac{d^2 v}{dx^2} = 0 \\ EI_2 \frac{dv}{dx} = C_2 \\ EI_2 v(x) = C_2 x + D_2 \end{cases} \quad (2)$$

由边界条件,  $x=0, v(0)=0, \theta(0)=0$  位移协调条件  $x=L_1$  时, (1)、(2) 式计算出的位移和转角应相等,带入上式计算得到:

$$\begin{aligned} C_1 &= 0, \\ D_1 &= 0, \\ C_2 &= -\frac{f_t \times L_1^2}{2I_1} I_2, \end{aligned}$$

$$D_2 = -\frac{f_r \times L_1^3}{6I_1} I_2 ;$$

同理,  $r_1$  作用下悬臂梁的变形为:

AB 段:  $0 \leq x \leq L_1$ ,

$$\begin{cases} EI_1 \frac{d^2v}{dx^2} = -r_1 \times L + r_1 \times x \\ EI_1 \frac{dv}{dx} = -r_1 \times L \times x + \frac{1}{2} r_1 \times x^2 + K_1 \\ EI_1 v(x) = -\frac{1}{2} r_1 \times L \times x^2 + \frac{1}{6} r_1 \times x^3 + K_1 x + M_1 \end{cases} ;(3)$$

BC 段:  $L_1 \leq x \leq L$ ,

$$\begin{cases} EI_2 \frac{d^2v}{dx^2} = -r_1 \times L + r_1 \times x \\ EI_2 \frac{dv}{dx} = -r_1 \times L \times x + \frac{1}{2} r_1 \times x^2 + K_2 \\ EI_2 v(x) = -\frac{1}{2} r_1 \times L \times x^2 + \frac{1}{6} r_1 \times x^3 + K_2 x + M_2 \end{cases} ;(4)$$

由边界条件和位移协调条件,得到:

$$K_1 = 0 ,$$

$$M_1 = 0 ,$$

$$K_2 = I_2 \left( \frac{L_1^2}{2I_1} - \frac{L_1^2}{2I_2} \right) r_1 - I_2 \left( \frac{L_1 \times L}{I_1} - \frac{L_1 \times L}{I_2} \right) r_1 ;$$

$$M_2 = I_2 \left( \frac{L \times L_1^2}{2I_1} - \frac{L \times L_1^2}{2I_2} \right) r_1 - I_2 \left( \frac{L_1^3}{3I_1} - \frac{L_1^3}{3I_2} \right) r_1 ;$$

$f_r, r_1$  在梁右端产生的总变形为:

$$v(L) = \frac{C_2 L + D_2}{EI_2} -$$

$$\frac{-\frac{1}{2} r_1 \times L^3 + \frac{1}{6} r_1 \times L^3 + K_2 L + M_2}{EI_2} . (5)$$

根据边界条件,  $v(L) = 0$ , 将积分常数  $C_2, D_2, K_2, M_2$  带入(5)式,可确定反力  $r_1$  的数值。

$$r_1 = \frac{-\frac{L_1^2}{2I_1} I_2 \times L + \frac{L_1^3}{6I_1} I_2}{-\frac{L^3}{3} + I_2 \left( \frac{L_1^2}{2I_1} - \frac{L_1^2}{2I_2} \right) L - I_2 \left( \frac{L_1 \times L}{I_1} - \frac{L_1 \times L}{I_2} \right) L + I_2 \left( \frac{L \times L_1^2}{2I_1} - \frac{L \times L_1^2}{2I_2} \right) - I_2 \left( \frac{L_1^3}{3I_1} - \frac{L_1^3}{3I_2} \right)} f_r . (6)$$

$f_r$  作用下瞬时加工点  $L_1$  处的弯曲变形为:

$$v(L_1)_{f_r} = \frac{-3LL_1^2 + L_1^3}{6EI_1} r_1 + \frac{L_1^3}{3EI_1} f_r . (7)$$

同理,可推出径向力  $f_r$  在右端产生的支反力为:

$$r_r = \frac{-\frac{L_1^2}{2I_1} I_2 \times L + \frac{L_1^3}{6I_1} I_2}{-\frac{L^3}{3} + I_2 \left( \frac{L_1^2}{2I_1} - \frac{L_1^2}{2I_2} \right) L - I_2 \left( \frac{L_1 \times L}{I_1} - \frac{L_1 \times L}{I_2} \right) L + I_2 \left( \frac{L \times L_1^2}{2I_1} - \frac{L \times L_1^2}{2I_2} \right) - I_2 \left( \frac{L_1^3}{3I_1} - \frac{L_1^3}{3I_2} \right)} f_r . (8)$$

径向力  $F_r$  作用下瞬时加工点  $L_1$  处的弯曲变形为:

$$v(L_1)_{f_r} = \frac{-3LL_1^2 + L_1^3}{6EI_1} r_r + \frac{-L_1^3}{3EI_1} f_r . (9)$$

2 力作用下加工轴的合位移为:

$$u(L_1) = \sqrt{v(L_1)_{f_r}^2 + v(L_1)_{f_r}^2} , (10)$$

$L_1$  可以是任意位置,因此计算过程中  $L_1$  可以用任意方向坐标  $x$  替代,(10)式改写为以下形式:

$$u(x) = \sqrt{v(x)_{f_r}^2 + v(x)_{f_r}^2} . (11)$$

在图示坐标系下,切削深度是以  $Y$  方向定义的,因此径向切削力产生的挠度使切削深度发生变化,在径向切削力下加工后的零件为两头小中间鼓的轴对称桶形,轴的刚性越差,中间鼓起越大。

轴的径向切深为  $a$ ,则在轴发生弯曲的情况下,实际的径向切深  $y(x)$ ,即加工厚度为:

$$y(x) = a - u(x) , (12)$$

则加工后零件的实际半径为:

$$R' = R_0 - y(x) = R_0 - a + u(x) , (13)$$

式中,  $R_0$  为零件加工前半径,  $R_0 - a$  为加工后理论半径。

可见,加工深度随加工点位置的变化而变化,在轴两端,实际加工深度最大,在弯曲挠度最大处,实际加工深度最小。因此真实切削厚度随位置不断变化,由于切削力的大小与切削厚度成比例,所以切削力同样随位置而变化。

图 2 中,  $s_1, s_2$  为理论切削前后的边界线,在切削力作用下工件发生弯曲,在切削平面弯曲使形心从  $o$  点偏

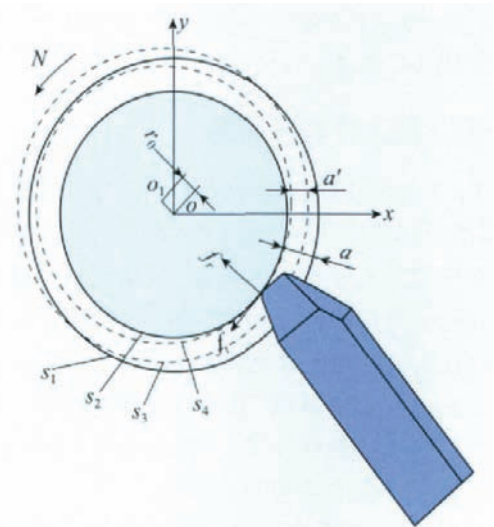


图 2 车削加工零件变形示意图  
Fig.2 Deformation of parts during turning process

移到  $o_1$  点位置,  $o, o_1$  点之间的距离为切削力在当前切削平面引起的变形, 相应地形成真实切削边界  $s_3, s_4$ , 并有以下关系存在:

$$a' = a - r_0, \quad (14)$$

即真实切削厚度等于理论切削厚度或名义切削厚度与弯曲变形的差, 与(12)式形式上是一致的。

## 2 切削力与切削参数之间的关系

图 3 为外圆切削几何关系, 主轴带动工件旋转, 转速  $\omega$ , 刀具沿主轴方向进给运动, 切向力  $f_n$ , 径向力  $f_r$ , 轴向力  $F_z$  可表达为切削面积和切削力系数的乘积形式:

$$\begin{cases} f_n = S_t \times K_t \\ f_r = S_t \times K_r \\ f_z = S_t \times K_z \end{cases}, \quad (15)$$

式中,  $S_t$  为切削面积,  $K_t, K_r, K_z$  为三向切削力系数。对于斜角切削问题应用 Armarego 经典模型, 切削力系数由下式给出:

$$\begin{cases} K_t = \frac{\tau_s}{\sin \phi_n} \frac{\cos(\beta_n - \gamma_n) + \text{tgi} \times \text{tg}\eta \sin \beta_n}{\sqrt{\cos^2(\phi_n + \beta_n - \gamma_n) + \text{tg}^2 \eta \sin^2 \beta_n}} \\ K_r = \frac{\tau_s}{\sin \phi_n \cos i} \frac{\sin(\beta_n - \gamma_n)}{\sqrt{\cos^2(\phi_n + \beta_n - \gamma_n) + \text{tg}^2 \eta \sin^2 \beta_n}} \\ K_z = \frac{\tau_s}{\sin \phi_n} \frac{\cos(\beta_n - \gamma_n) \text{tgi} - \text{tg}\eta \sin \beta_n}{\sqrt{\cos^2(\phi_n + \beta_n - \gamma_n) + \text{tg}^2 \eta \sin^2 \beta_n}} \end{cases}, \quad (16)$$

式中,  $\beta_n$  为摩擦角,  $\phi_n$  为剪切角,  $\gamma_n$  为法前角,  $\eta$  为切削倾角,  $i$  为切削流动角, 计算中采用下列假设: 斜角切削的摩擦角、法前角近似等于直角切削的摩擦角和前角, 切削流动角等于切削倾角。随着切削进行, 真实剪切屈服应力  $\tau_s$  与剪应变  $\varepsilon$  之间存在指数强化关系:

$$\tau_s = \tau_0 \varepsilon^n = \tau_0 \left( \frac{\cos \gamma_n}{\sin \phi_n \cos(\phi_n - \gamma_n)} \right)^n, \quad (17)$$

式中,  $\tau_0$  为材料的小应变下正常剪切屈服应力,  $n$  为材料强化指数。

剪切变形是前角和剪切角函数:

$$\varepsilon = \frac{\cos \gamma_n}{\sin \phi_n \cos(\phi_n - \gamma_n)}.$$

因此, 若知刀具的形状参数可以从理论上计算出切削力系数, 进而对切削力进行预测。

## 3 切削面积与切削参数之间的关系

图 4 中的阴影部分是每转进给  $c$ , 切深  $a$  时的车削面积,  $R_0$  为车刀的圆弧半径。

切削面积为:

$$\begin{aligned} S_t &= S_{AKFG} + S_{ABK} \\ &= (a - R_0) \times c + \frac{R_0^2}{2} (\pi - \theta_2) - \\ &\quad \frac{R_0^2}{2} (R_0 \times \theta_2 - c \times \sin \theta_2), \end{aligned} \quad (18)$$

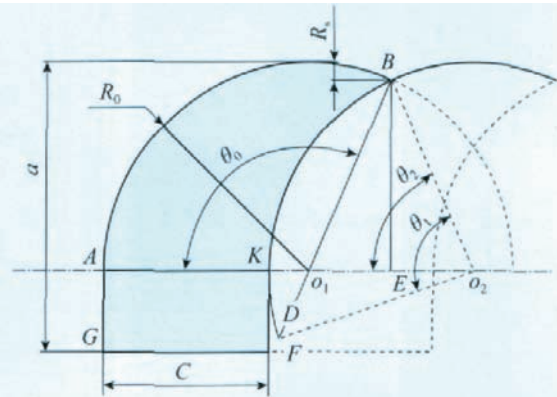


图 4 车削过程中的切除面积计算

Fig.4 Resection area calculation during turning process

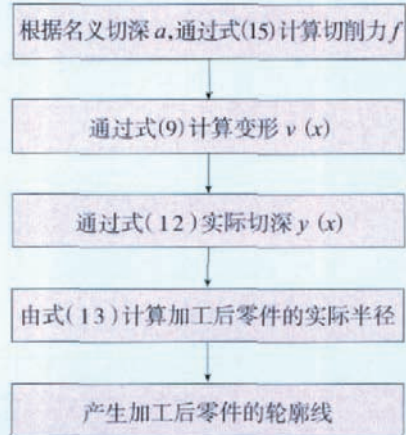


图 5 外圆车削计算流程

Fig.5 Cylindrical turning calculation steps

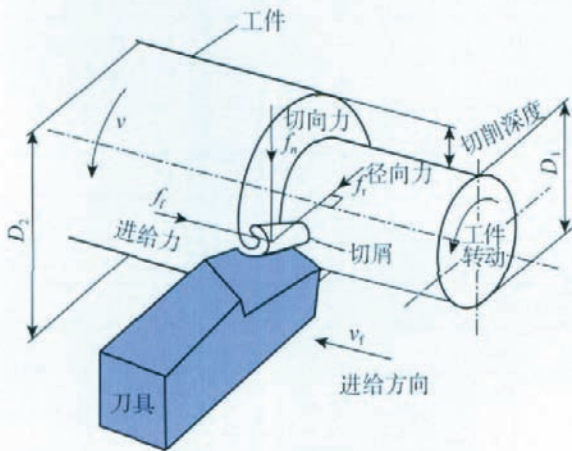


图 3 车削过程中的几何关系示意

Fig.3 Geometric relationship between turning process

表面位置偏差:

$$R_s = R_0 - BE = R_0(1 - \sin\theta_2) = R_0[1 - \sin(a \cos \frac{c}{2R_0})] \quad (19)$$

上述计算在小进给量时是成立的,成立的前提条件为  $c \leq 2R_0$ ;当  $c > 2R_0$ ,切削面积为:

$$S_t = (a - R_0) \times c + \frac{R_0^2}{2} \pi + (c - 2R_0) \times R_0 \quad (20)$$

通过上述分析,总结出外圆车削变形的计算流程,见图 5。

#### 4 车削试验数据分析

钛合金 TC4 室温下的主要力学性能如表 1 所示。图 6 为 TC4 钛板的实验应力 - 应变曲线。表 2 是车

表 1 钛合金 TC4 室温下的主要力学性能

弹性模量 $E/\text{MPa}$	密度 $\rho/$ $(\text{kg}\cdot\text{m}^{-3})$	泊松比 $\mu$	屈服强度 $\sigma_s/\text{MPa}$	抗拉强度 $\sigma_b/\text{MPa}$
110 000	4 400	0.33	860	950

削置氢钛合金材料轴的一组实测数据,零件直径  $D$  为 18mm,长度为 100mm。计算参数采用摩擦角  $\beta=15^\circ$ ,刀倾角  $\eta=37^\circ$ ,前角  $\gamma=-7^\circ$ ,刀具尖角  $r_0=0.05$ ,应力强化指数  $n=0.1$ ,主轴转速 500r/min,材料的弹性模量  $1.1e^5\text{MPa}$ ,截面惯性矩  $I = \frac{\pi D^4}{64} = 5\ 150\text{mm}^4$ 。当径向切深  $a$ ,则剩余部分的截面惯性矩为:

$$I_s = \frac{\pi(D - 2a)^4}{64}$$

表 2 各向切削力的几组实测数据

数据编号	名义含 K 量	进给量 $f/$ $(\text{mm}\cdot\text{r}^{-1})$	切削深度 $a_p/\text{mm}$	切削力 /N						粗糙度 $R_a$		
				径向力		轴向力		主切削力				
				试验	预测	试验	预测	试验	预测			
1	0	0.12	1.5	295	227	260	244	420	520	1.162		
			1	200	151	210	162	300	346	1.243		
			0.5	100	74	150	80	165	171	1.139		
			0.25	45	36	110	39	115	84	0.988		
		0.16	1.5	325	305	300	326	550	687			
			1	230	202	225	216	380	462			
			0.5	110	100	160	107	215	230			
			0.25	60	49	130	53	135	115			
		0.08	1.5	240	151	255	162	325	346			
			1	190	100	180	108	230	230			
			0.5	90	49	130	53	140	113			
			0.25	40	24	80	26	140	55			
		2	0.1	0.12	1.5	300		285		445		1.285
					1	207.5		225		294.5		1.119
					0.5	104.5		175		195		1.131
					0.25	50		154.5		107.5		1.113
0.16	1.5			325		295		560				
	1			215		244.5		380				
	0.5			107.5		165		215				
	0.25			57.5		125		127.5				
0.08	1.5			274.5		235		314.5				
	1			187.5		175		224.5				
	0.5			95		114.5		134.5				
	0.25			44.5		87.5		90				

图 7-9 为主切削力、径向力、轴向力的试验值曲线, 图 10 为预报的车削零件加工误差。由于切削力系数只与切削参数有关, 因此从式(15)看出, 切削力与切削面积成线性关系, 而切削面积与切深和进给量也为线性关

系, 切削力的试验值曲线也表明切削力与切深有明显的线性关系存在, 当小进给时, 主切削力的实验和预测曲线吻合的较好(见图 11~13), 大进给时径向和轴向力的实验和预测曲线吻合的较好(见图 8), 而主切削力的实

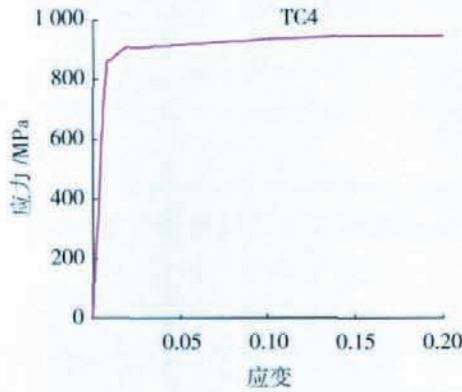


图 6 TC4 钛板的试验应力 - 应变曲线  
Fig.6 Experimental stress-strain curve of TC4 titanium

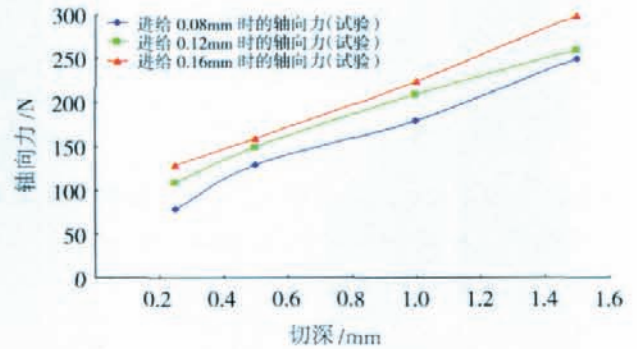


图 9 轴向力的试验值曲线  
Fig.9 Experimental value curves of axial force

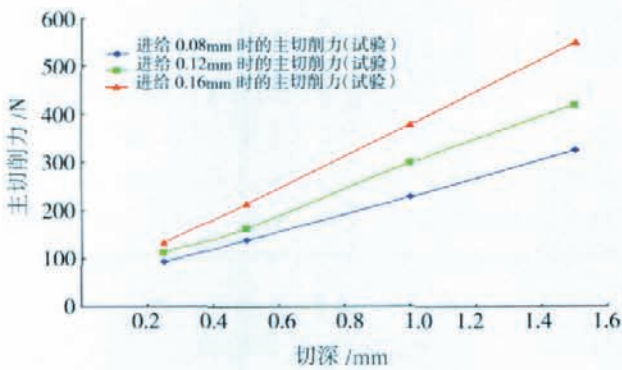


图 7 主切削力的试验值曲线  
Fig.7 Experimental values curves of main cutting force

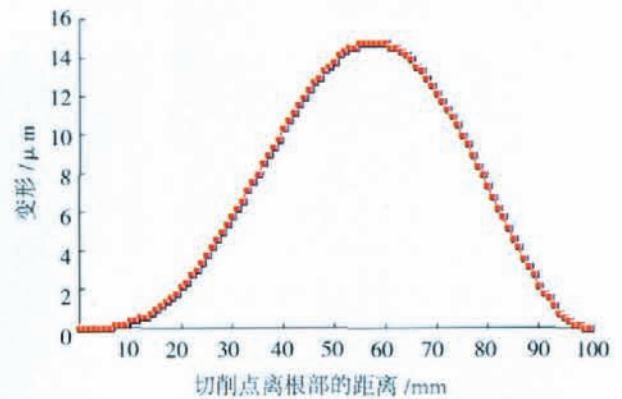


图 10 预报的车削工件随加工形状误差  
Fig.10 Forecasting workpiece form error with processing position

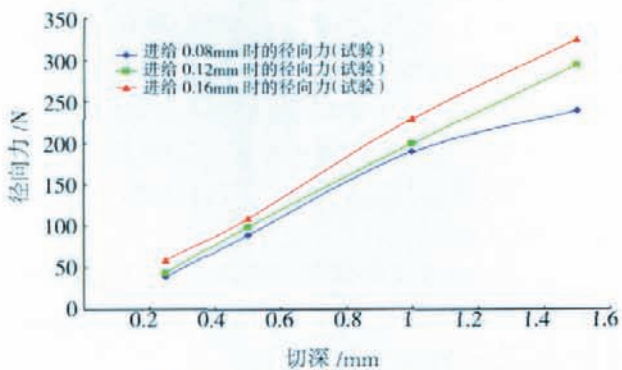


图 8 径向力的试验值曲线  
Fig.8 Experimental value curves of radial force

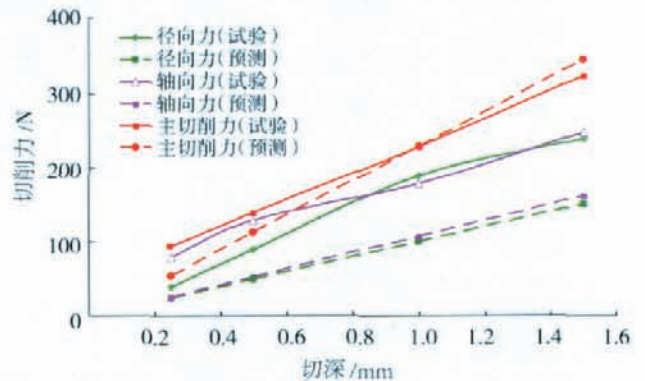


图 11 进给量为 0.08mm/r 时切削力的试验和预测值  
F ig.11 Experimental and predicted values of cutting force with 0.08mm/r feed

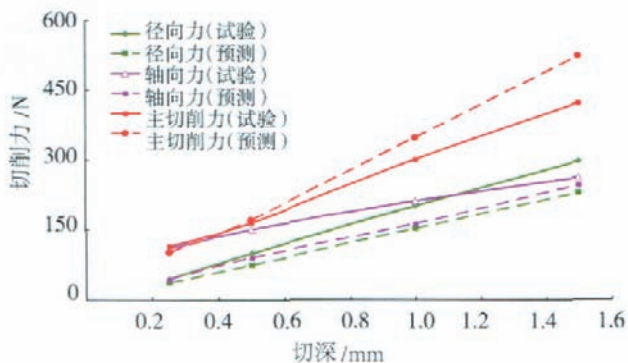


图 12 进给量为 0.12mm/r 时切削力的试验和预测值

Fig.12 Experimental and predicted values of cutting force with 0.12mm/r feed

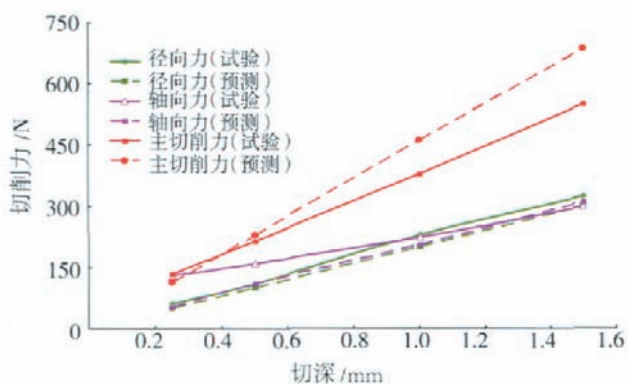


图 13 进给量为 0.16mm/r 时切削力的试验和预测值

Fig.13 Experimental and predicted values of cutting force with 0.16mm/r feed

验和预测曲线有逐渐偏离的迹象。深入分析切削力的理论公式,认为随着切削深度的增加,摩擦角逐渐减小是造成切削力降低的很重要的一项因素,摩擦角  $\beta$  与切深  $a$  的关系可以修正为下面的形式:

$$\beta = \frac{k-1}{1.25}\beta_0 \times a + \frac{6-k}{5}\beta_0, \quad (21)$$

式中,  $\beta_0$  为最小切深时的摩擦角,  $k$  为小于 1 的正小数。理论上通过对摩擦角的修正可以提高切削力预测值的准确性。

(责编 金卯)

(上接第 82 页)

[6] 周开俊,李东波,于敏建.改进的装配序列规划方法研究.中国机械工程,2007,18(14):1676-1681.

[7] 黄保群.基于遗传算法的飞机维修拆卸/装配序列规划研究.飞机设计,2007,27(3):18-22.

[8] 赵姗姗,李宗斌.基于多色集合的装配序列规划方法.中国机械工程,2008,19(14):1691-1697.

[9] 宁黎华,古天龙.装配序列规划问题求解的一种混合算法.计算机集成制造系统,2007,13(4):762-767.

[10] 黄洁,杜平安,廖伟智.基于配合约束的装配序列规划的遗传算法研究.计算机集成制造系统,2007,13(4):756-761.

[11] Smith S S. Using multiple genetic operators to reduce premature convergence in genetic assembly planning. Computers in Industry, 2004, 28(54):35-49.

[12] 张焯,宁汝新,刘检华.面向虚拟装配的装配序列规划技术研究.计算机集成制造系统,2006,12(1):90-94.

[13] 董天阳,童若锋,张玲,等.运用有向联接件知识求解装配序列规划.计算机辅助设计与图形学学报,2004,16(1):128-133.

(责编 阳光)

### 华东数控与艾克斯康签订 EIM-01 制造许可协议

华东数控 9 月 9 日发布公告称,公司于 9 月 7 日与瑞典艾克斯康公司签订《EIM-01 的制造许可协议》,公司通过制造许可方式引进瑞典艾克斯康公司(EX-ECHON)的成套系列并联运动机床技术,由公司生产制造、销售系列并联运动五轴联动数控机床。艾克斯康公司(EXECHON)保证用其技术生产的机床产品在用户的工厂验收合格。

本协议的履行,使华东数控公司进入并联运动五轴联动数控机床生产制造领域,其产品的技术水平为国际领先,广泛应用于航空航天、军工、汽车、模具等精密制造领域,市场前景非常广阔。通过引进国际最先进的并联运动机床生产制造技术,能够改造、优化和提升公司现有产品结构及技术含量。

(本刊记者 俯芷)

### ARJ21-700 西安检飞成功 进入改装调试阶段

ARJ21-700 飞机 101 架机在经过 2 个月的改装排故后,近日加装了尺寸最大的空速校准系统,于 9 月 16 日下午 16 时 33 分在西安阎良机场首次检验飞行成功,正式进入改装调试阶段。

7 月 15 日, ARJ21-700 飞机 101 架机从上海成功转场西安之后,西安中航工业试飞院对该机进行改装、排故。期间,试飞院改装及机务人员还为 101 架机加装了重要的水配重系统、空速校准系统,并拆装了两台发动机。经过两个月的连续作战,终于使飞机达到了可飞状态,并顺利检飞。

此次为 101 架机加装的空速校准系统,用来测试飞机机头飞行中的速度、压力、速压等数据,同时,通过加装水配重系统,将有效调节飞机的重心。在经过当天的成功检飞之后,该机将在中航工业试飞院正式进入第二阶段的改装调试。

(本刊记者 微凉)