

# 轻型飞行模拟器并联机构约束检验算法的研究

## Research on Constraint Checking Algorithm of Parallel Mechanism of Light Flight Simulator

泰州职业技术学院 陈 静  
上海飞机设计研究院 李 凯

**[摘要]** 采用 6-3UPS 边置式座舱结构的轻型飞行模拟器,其工作空间受约束条件的限制。在数学描述的基础上,对影响工作空间的各项约束检验算法进行研究,并分析约束条件下轻型飞行模拟器的工作空间,为控制算法的研究提供依据。

**关键词:** 轻型飞行模拟器 约束 算法

**[ABSTRACT]** A light flight simulator with 6-3UPS side-mounted cockpit structure is applied, its work space is limited by the constraint conditions. In this paper, on the basis of mathematical description, research on constraint checking algorithm impacting the work space is conducted, and the work space under constraint conditions of the light flight simulator is analyzed, which provides the basis for the control algorithm research.

**Keywords:** Light flight simulator Constraint Algorithm

DOI:10.16080/j.issn1671-833x.2015.08.084

在实际应用中,轻型飞行模拟器的边置式座舱结构的 6 根伸缩杆在其行程范围内随意运动时,仅存在动平台座舱干涉和等效复合球铰摆角约束的情况。要设计出满足各项约束条件的轻型飞行模拟器控制算法,首先要解决的问题就是能够对各项约束进行检验,包括杆长限制、摆角约束和座舱干涉,且检验算法越简单越好<sup>[1]</sup>。

### 1 并联机构连杆干涉算法

#### 1.1 干涉检验算法

目前求解连杆干涉的检验算法一般有 3 种<sup>[2]</sup>,本文以连杆  $l_1$  和  $l_2$  为例进行讨论。通常情况下,连杆是有一定尺寸的,为了讨论方便,假设连杆都是圆柱形,分别为  $C_1$ 、 $C_2$ ,其半径为  $r_1$ 、 $r_2$ 。

(1)算法 1。

该算法通过计算 2 线段  $l_1$  和  $l_2$  之间的距离  $d$  来判断  $C_1$  和  $C_2$  是否干涉。

令  $l_1=A_1-B_1$ ,  $l_2=A_2-B_2$ ,则  $l_1$  和  $l_2$  所在直线的最短距离为

$$d_{12} = \frac{|A_1A_2 \cdot (A_1B_1 \times A_2B_2)|}{|A_1B_1 \times A_2B_2|} \quad (1)$$

设  $M_1$  和  $M_2$  为公垂线与  $l_1$  和  $l_2$  的交点,则有  $A_1M_1=u_1A_1B_1$ ,  $A_2M_2=u_2A_2B_2$ ,其中

$$u_1 = \frac{A_1A_2 \cdot (A_2B_2 \times (A_1B_1 \times A_2B_2))}{|A_1B_1 \times A_2B_2|^2}, \quad (2)$$

$$u_2 = \frac{A_1A_2 \cdot (A_1B_1 \times (A_1B_1 \times A_2B_2))}{|A_1B_1 \times A_2B_2|^2} \quad (3)$$

定义点集  $S_1 = \{A_1, B_1\}$ ,  $S_2 = \{A_2, B_2\}$ ,有

$$d = \begin{cases} d_{12} & u_1, u_2 \in [0, 1] \\ \text{Min}(|Y_1Y_2|) & \forall Y_1 \in S_1, Y_2 \in S_2 \end{cases} \quad (4)$$

如果  $d > r_1 + r_2$ ,则两连杆不干涉;如果  $d \leq r_1 + r_2$  且  $d = d_{12}$ ,则两连杆干涉;如果  $d \leq r_1 + r_2$  且  $d \neq d_{12}$ ,则从  $d$  的定义上不能直接判断两连杆是否干涉,需要通过计算公垂线垂足的位置来加以判断。

(2)算法 2。

定义  $n_2$  为  $l_2$  的单位向量,  $v_2$ 、 $\omega_2$  是两个与  $n_2$  互相垂直相交的向量。考虑  $l_2$  上一点  $M_2$ ,则  $A_2M_2=u_2A_2B_2$ 。  $M$  为  $M_2$  所在圆柱体截面上一点,则  $M_2M = r_2 \cos \theta v_2 + r_2 \cos \theta \omega_2$ 。因此  $M$  点在静坐标系内的坐标为

$$OM = OA_2 + u_2A_2B_2 + r_2 \cos \theta v_2 + r_2 \cos \theta \omega_2 \quad (5)$$

取  $l_1$  上一点  $M_1$ ,则  $A_1M_1=uA_1B_1$ ,如果  $|M_1M| > r_1$  且  $u_1, u_1 \in [0, 1]$ ,  $\theta \in [0, 2\pi]$ ,则两连杆不干涉;如果  $|M_1M| \leq r_1$  且  $A_1M \cdot A_1B_1 \geq 0$ ,  $B_1M \cdot A_1B_1 \geq 0$ ,则两连杆干涉。

该算法是一个全面干涉检验算法,因而比算法 1 更加完整。

(3)算法 3。

取  $M$  为  $l_1$  所在圆柱体上一点,有

$$\frac{|A_1M \times A_1B_1|}{|A_1B_1|} \leq r_1 \quad (6)$$

$$0 \leq \frac{A_1M \cdot A_1B_1}{|A_1B_1|} \leq 1$$

第一个不等式表示  $M$  点到  $l_1$  的距离小于圆柱体半径  $r_1$ ,第二个不等式表示  $M$  在圆柱体  $C_1$  范围内。可以用相似的 3 个不等式的形式表示  $M$  在圆柱体  $C_2$  范围内。如果存在一个点  $M$  都满足这样 6 个不等式,则连杆干涉,否则不干涉。这个算法与算法 2 相似,提供了一种完整的干涉检验,但需要解 6 个不等式而不是算法 2 的

3个不等式。

## 1.2 干涉算法及分析

以算法1为基础,在 $d \leq r_1+r_2$ 且 $d \neq d_{12}$ 的情况下,通过计算公垂线垂足的位置来进行干涉检验。设 $M_1$ 、 $M_2$ 分别为公垂线在两连杆轴线上的垂足。

如果 $u_1 \notin [0, 1], u_2 \in [0, 1]$ ,则

$$d = \frac{|(A_1 - B_2) \times l_2|}{|l_2|} \quad (7)$$

如果 $u_2 \notin [0, 1], u_1 \in [0, 1]$ ,则

$$d = \frac{|(A_2 - B_1) \times l_1|}{|l_1|} \quad (8)$$

如果 $u_1 \notin [0, 1], u_2 \notin [0, 1]$ ,即两个垂足都在连杆轴线外部,建立如下公式

$$k_1 = \frac{|l_1|^2}{l_1 \cdot (A_2 - B_1)}, k_2 = \frac{|l_2|^2}{l_2 \cdot (A_1 - B_2)} \quad (9)$$

如果 $k_1 \in [0, 1], k_2 \in [0, 1]$ ,则

$$d = |A_1 - A_2| \quad (9)$$

如果 $k_1 \notin [0, 1], k_2 \in [0, 1]$ ,则 $d$ 由式(7)求得。

如果 $k_1 \in [0, 1], k_2 \notin [0, 1]$ ,则 $d$ 由式(8)求得。

两连杆如干涉,则应首先在最小距离方向上发生,因此应求出两连杆半径在最小距离方向上的投影长度。计算最小距离时,如果取式(7),则最小距离方向为 $A_1M_2$ ;如果取式(8),则最小距离方向为 $A_2M_1$ ;如果取式(9),则最小距离方向为 $A_1A_2$ 。而点 $M_i (i=1, 2, \dots, 6)$ 在静坐标系 $O_B-X_B Y_B Z_B$ 中的坐标为 $M_i = B_i + (A_i - B_i)/k_i$ 。

这样如果用 $N_1$ 表示两连杆 $l_1$ 和 $l_2$ 的最小距离方向,用 $\theta_1$ 和 $\theta_2$ 分别表示 $N_1$ 与 $l_1$ 和 $l_2$ 所夹锐角,则两连杆在最小距离方向上的投影长度为:

$$r = \frac{r_1 \sin \theta_1}{2} + \frac{r_2 \sin \theta_2}{2} \quad (10)$$

式中,  $\theta_1 = \cos^{-1} \left( \frac{|l_1 \cdot N_1|}{|l_1| |N_1|} \right), \theta_2 = \cos^{-1} \left( \frac{|l_2 \cdot N_1|}{|l_2| |N_1|} \right)$ 。

综上所述,连杆 $l_1$ 和 $l_2$ 干涉时应满足条件 $d \leq r$ 。

相邻连杆干涉检测算法的步骤如下。

步骤1: 计算静坐标系 $O_B-X_B Y_B Z_B$ 下连杆铰链点坐标及连杆向量。

步骤2: 计算相邻两杆间的公垂线长度 $d$ 。如果 $d > r_1+r_2$ ,则两连杆不干涉且算法结束,否则继续下一步。

步骤3: 计算 $u_1, u_2$ 。

(1) 如果 $u_1, u_2 \in [0, 1]$ ,则两连杆发生干涉,算法结束;

(2) 如果 $u_1 \notin [0, 1], u_2 \in [0, 1]$ ,则计算公式(7),并计算点 $M_1$ 的坐标及向量 $N_1=A_2M_1$ 。

(3) 如果 $u_2 \notin [0, 1], u_1 \in [0, 1]$ ,则计算公式(8),并

计算点 $M_2$ 的坐标及向量 $N_1=A_1M_2$ 。

步骤4: 如果 $u_1 \notin [0, 1], u_2 \notin [0, 1]$ ,则计算 $k_1, k_2$ 。

(1) 若 $k_1 \in [0, 1], k_2 \in [0, 1]$ ,则计算公式(9),且 $N_1=A_1A_2$ ;

(2) 若 $k_1 \notin [0, 1], k_2 \in [0, 1]$ ,则计算公式(7),并计算点 $M_2$ 的坐标及向量 $N_1=A_1M_2$ 。

(3) 若 $k_1 \in [0, 1], k_2 \notin [0, 1]$ ,则计算公式(8),并计算 $M_1$ 的坐标及向量 $N_1=A_2M_1$ ;

步骤5: 根据公式(10)计算两连杆在最小距离方向上的投影长度 $r$ 。

步骤6: 如果 $d \leq r$ ,两连杆发生干涉;否则,两连杆不发生干涉。

步骤7: 算法结束。

该算法通过计算 $u_1, u_2$ 和 $k_1, k_2$ ,对公垂线与连杆轴线的交点位置进行了判断,进而通过对两连杆半径在最小距离方向上的投影长度的计算,可准确地判别两相邻连杆在空间是否干涉。

需要指出的是,为了进一步提高算法效率,在实际应用中常常用 $r_1+r_2$ 代替 $r$ ,这样就减少了计算 $M, N, \theta$ 的时间,而且同样保证了两杆不会干涉。

## 2 并联机构动平台座舱干涉检验算法

轻型飞行模拟器采用边置式座舱结构,平台座舱位于动平台下方,如图1所示,因而要考虑动平台座舱与各连杆之间的干涉问题<sup>[3]</sup>。

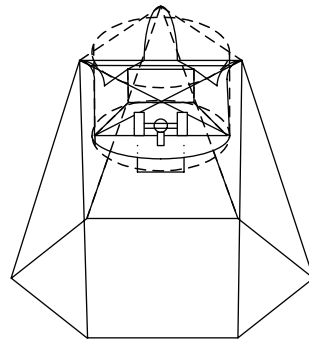


图1 动平台结构示意图

Fig.1 Diagram of moving platform

### 2.1 干涉检验算法

为了计算方便及提高算法效率,在实际应用中采用一个直径 $D_L$ 略小于平台最大尺寸的空间圆柱体包围座舱。研究座舱干涉检验算法是为了避免座舱在运动时与连杆发生碰撞。当座舱在空间运动时,计算动平台与各连杆最小距离问题就转化为计算圆柱体与各连杆最小距离问题,如图2所示。

动平台是一个边置式座舱,其下底面所在圆周的圆

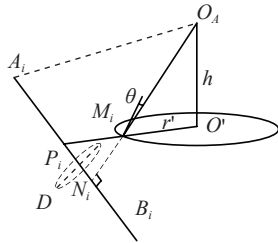


图2 平台连杆干涉情况

Fig.2 Interference situation of platform connecting rod

心为  $O'$ , 半径为  $r'$ , 座舱高为  $h$ 。  $P_i$  为连杆中心线与平台下底面所在平面的交点。  $M_i$  点为  $O'P$  连线与底面圆周的交点。 则  $M_i$  点到连杆中心线距离为

$$d_i = \frac{M_i B_i \times A_i B_i}{|A_i B_i|} \quad (11)$$

平台与连杆干涉时应满足条件  $d_i < D/2$ 。

### 2.2 干涉算法及分析

座舱与连杆干涉算法步骤如下。

步骤 1: 计算静坐标系  $O_B-X_B Y_B Z_B$  下连杆铰链点坐标、座舱底面圆心坐标  $O'$  及连杆向量;

步骤 2: 计算圆  $O'$  所在平面与连杆  $A_i B_i$  所在直线的交点  $P_i$ ;

步骤 3: 计算  $O'P$  矢量, 以及  $O'P$  与底面圆周的交点  $M_i$  的坐标;

步骤 4: 计算  $M_i$  到连杆  $A_i B_i$  的距离  $d_i$  和垂足  $N_i$ ;

步骤 5: 如果  $d_i < D/2$ , 则座舱与连杆  $A_i B_i$  干涉; 否则, 不干涉。

该算法通过计算座舱底面圆周与连杆的最短距离来判断是否干涉, 具有简单、高效的特点, 同时计算出  $M_i$ 、 $N_i$  的空间坐标, 为研究下文提出的“虚拟弹簧”作用力提供了便利。

## 3 动平台复合球铰摆角检测算法

实际应用中, 机座和支链之间常常通过虎克铰链连接, 动平台和支链之间常常通过球铰连接。 虎克铰链的摆角限制问题在轻型飞行模拟器机构设计时就已经解决, 本文不再进行研究。 动平台复合球铰的摆角是有限的, 本文给出其检测方法。

### 3.1 干涉检验算法

以连接于动平台  $A_i$  点的  $l_1$  和  $l_6$  为例讨论。 如图 3 所示, 将等效复合球铰进行空间简化。

平台运动时, 支承轴始终与动坐标轴  $Z_p$  方向一致, 因而在计算过程中可用座舱圆柱体中心矢量  $O_A O'$  代替支承轴方向矢量进行计算, 则支承轴所在空间直线  $L_0$  与球铰中心线  $L_1$  夹角为

$$\theta_{1,6} = \cos^{-1} \frac{O_A O' \cdot n_{1,6}}{|O_A O'| |n_{1,6}|} \quad (12)$$

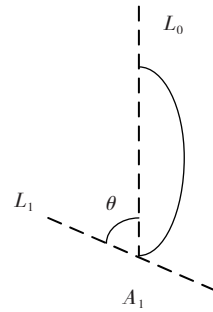


图3 复合球铰摆角计算示意图

Fig.3 Swing angle calculation sketch of compound sphere joint

式中,  $n_{1,6}$  为  $l_1$  和  $l_6$  所在平面的法向矢量,  $n_{1,6} = \frac{l_1 \cdot l_6}{|l_1 \cdot l_6|}$ 。

支承轴与球铰的夹角有一个极限区域值, 记为  $[\theta_{\min}, \theta_{\max}]$ , 则约束检测条件为

$$\theta_{\min} \leq \theta_{1,6} \leq \theta_{\max} \quad (13)$$

### 3.2 干涉算法及分析

等效复合球铰干涉算法步骤如下。

步骤 1: 计算静坐标系  $O_B-X_B Y_B Z_B$  下连杆铰链点坐标、座舱底面圆心坐标  $O'$  及连杆向量  $l_1$ 、 $l_6$  和平台中心矢量  $O_A O'$ ;

步骤 2: 计算  $l_1$  和  $l_6$  的法向矢量  $n_{1,6}$ ;

步骤 3: 计算  $O_A O'$  与  $n_{1,6}$  的夹角  $\theta_{1,6}$ ;

步骤 4: 判断  $\theta_{1,6}$  是否在有效区域内。 如果在, 则不干涉; 否则, 干涉。

该算法通过计算铰链于一点的两连杆矢量所在平面的法向矢量与球铰支承轴矢量的夹角来判断铰链摆角是否有效, 计算简单、可行。

## 4 结论

本文首先介绍了并联机构工程应用中常用的 Newton-Raphson 迭代法, 设计了位姿正解算法步骤; 其次, 列举了连杆干涉的 3 种算法, 并以算法 1 为基础, 设计了一种连杆干涉检验算法; 最后, 分析研究了平台座舱干涉算法以及摆角检验算法, 设计了算法步骤, 这些为以后研究分析轻型飞行模拟器的工作空间提供了一定依据。

### 参考文献

- [1] 杨灏泉, 赵克定, 吴盛林, 等. 飞行模拟器六自由度运动系统的关键技术及研究现状. 系统仿真学报, 2002, 14(1):84-87.
- [2] Merlet J-P, Daney D. Legs interference checking of parallel robots over a given workspace or trajectory//IEEE. Proceedings of the 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006:605-619.
- [3] 周冰. Stewart 平台并联机器人设计与干涉防护问题研究 [D]. 西安: 西安交通大学, 2002.

(责编 一帆)