

基于扩展有限元的钛合金层合结构裂纹扩展特性研究*

XFEM-Based Analysis for Crack Growth Characteristic of Diffusion Bonded Laminate of Titanium-Alloy

中航工业沈阳飞机设计研究所 肖山 毕金英 孙彦鹏

[摘要] 基于扩展有限元方法研究含预置分层的钛合金层合板在拉-拉循环荷载作用下的疲劳裂纹扩展特性,并通过与试验结果进行对比分析,验证该方法对钛合金层合结构疲劳裂纹扩展分析的适用性。

关键词: 钛合金层合板 预置分层 疲劳裂纹扩展 扩展有限元

[ABSTRACT] The investigation of fatigue crack growth characteristics of diffusion bonded laminates of TC4 titanium-alloy with localized non-welded area under tension-tension cyclic loading is carried out using numerical simulation techniques based on extended finite element method (XFEM). The comparison of the numerical results and the experimental results show that extended finite element method (XFEM) is an effective numerical method for the fatigue crack growth characteristics analysis.

Keywords: Titanium-alloy laminates Non-welded area Fatigue crack growth life Extended finite element method (XFEM)

DOI:10.16080/j.issn1671-833x.2015.17.086

钛合金具有比强度高、耐久性强、抗蠕变、可焊接等优异的综合性能,因此在航空领域得到了广泛应用^[1]。但常规钛合金制成的结构中一旦出现损伤,剩余的疲劳裂纹扩展寿命就会较短,不适用于损伤容限设计。因此,需要研发提高钛合金损伤容限寿命技术。目前,国内外学者经过大量研究,已经制备出多种损伤容限型钛合金材料,并应用于飞机结构。

现代飞行器设计中损伤容限的设计思想要求:结构存在疲劳、腐蚀或意外损伤等损伤缺陷,直至被检测或进行结构修理之前,结构仍然具有足够的剩余强度和足够的剩余寿命。即当结构中存在疲劳裂纹时,疲劳裂纹达到可检长度后的疲劳扩展寿命要足够长。这就要求在利用损伤容限型钛合金的基础上,在结构设计方面也需要考虑损伤容限设计思想,使疲劳裂纹在结构内的扩

展寿命尽可能地提高。

研究发现利用扩散连接工艺制造的钛合金层合板的DB界面疲劳裂纹的扩展有显著的抑制作用^[2-3]。文献[2]通过试验对比分析了疲劳裂纹在扩散连接工艺成型的TC4层合板与TC4普通板材内的扩展情况,发现扩散连接成型件疲劳断口的裂纹沿与连接面约成60°方向扩展,其抵抗疲劳断裂的阻力增大,剩余寿命比相同裂纹长度下的普通板材要好。文献[3]通过试验研究了在DB界面人为预置分层的含孔钛合金层合板在拉-拉循环荷载作用下的裂纹扩展特性,试验结果表明,预置分层能够改善钛合金层合板的裂纹扩展特性。

分层的存在会降低结构的承载能力,但另一方面,也可能抑制裂纹的扩展,提高结构的疲劳裂纹扩展寿命。文献[3]的研究结果说明,通过合理布置分层可以提高钛合金疲劳裂纹的扩展寿命。实现分层的合理布置需要准确把握分层对裂纹扩展性能的影响规律。目前,对疲劳裂纹扩展规律的研究大多通过试验进行。影响疲劳裂纹扩展的因素有很多,直接通过试验对裂纹扩展过程进行系统研究是非常困难的,需要研究基于数值模拟技术的疲劳裂纹扩展分析方法。

扩展有限元法(XFEM)^[4]通过在单元位移插值函数中引入间断函数和增强函数以描述位移场的不连续性和奇异性,在分析不连续问题方面具有独特优势。经过近几年的改进与发展,XFEM方法在处理不连续问题上已经取得一些成果。裂纹是典型的不连续问题,扩展有限元方法将是一种有效的研究疲劳裂纹扩展规律的方法。

1 基于扩展有限元的裂纹扩展分析方法

1.1 含裂纹体扩展有限元方法简介

XFEM的扩充项可以对单元内部任意位置存在的裂纹或材料界面等非连续性和奇异性场进行准确描述,因此分析时采用的网格可以与结构的几何或者物理界面无关,避免了传统有限元在对裂尖或者材料界面等问题描述时必须采用高密度网格的弊端。XFEM继承了常规有限元(CFEM)的所有优点,并且构造单元刚度矩

* 基金项目:国家重点基础发展(973)计划项目(2011CB61XXXX)。

阵式时,单刚形式可以与常规有限元保持一致,使其可以充分利用原有的有限元程序,大大缩短开发时间。

1.1.1 不连续界面描述方法

不连续界面采用水平集方法描述,核心思想是将界面的变化表示成比界面高一维的水平集函数 $\varphi(x, t)$, 将界面表示成水平集函数的零水平集。 n 维(2 维或 3 维)空间中移动界面可表示为:

$$\Gamma(t) = \{x \in R^n : \varphi(x, t) = 0\}$$

$$\varphi(x, t) = \pm \min_{x_i \in r(t)} \|x - x_i\| \quad (1)$$

其中,水平集函数通常采用符号距离函数进行构造^[5], x_i 为裂纹面延长面上的点的坐标, $r(t)$ 表示裂纹面的延长面。通过上述水平集函数,整个求解域被 $\varphi=0$ 分为 $\varphi>0$ 和 $\varphi<0$ 两部分,如图 1 所示^[6]。裂纹的尖端,采用另一个水平集函数,通过 2 个水平集函数的交集描述。 $\psi(x, t)=0$ 定义为通过裂纹面的前缘且与裂纹面垂直的面,具体表示如下:

$$\psi(x, t) = (x - x^*) \cdot (n \cdot t) \quad (2)$$

其中, t 为裂尖的单位切向矢量, n 为裂纹面的单位法向矢量, x^* 为裂尖的坐标。

裂纹扩展可由水平集函数的演化获得^[7]。

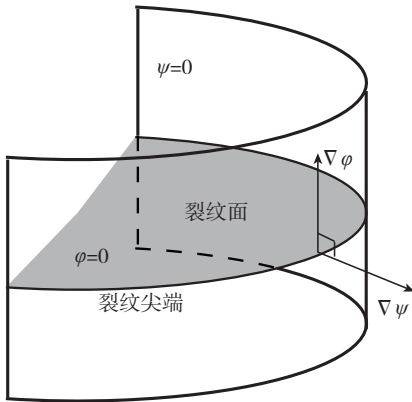


图1 水平集方法对间断面的描述

Fig.1 Level set method for intermittent description

1.1.2 XFEM 位移模式

XFEM 中未知场 u^h 的有限元近似由 2 个部分组成:

$$u^h = \sum_i N_i(x)u_i + \varphi(x) \quad (3)$$

其中, $N_i(x)$ 为常规有限元形函数; u_i 为标准节点的自由度; $\varphi(x)$ 为扩充项。根据单位分解特性, u^h 可以进一步表示为^[4]:

$$u^h = \sum_i N_i(x)u_i + \sum_j N_j(x)\phi(x)q_j \quad (4)$$

对于裂纹问题, $\phi(x)$ 通常取以下函数基的线性组合:

$$\phi(x) = \sqrt{r} \left[\sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{\theta}{2} \sin \theta, \cos \frac{\theta}{2}, \cos \frac{\theta}{2} \sin \theta \right] \quad (5)$$

其中, r 和 θ 为裂纹尖端局部坐标系中的极坐标。对于裂纹问题需要对裂纹贯穿单元以及裂尖单元采用不同的位移模式,其中裂尖单元采用公式(4)进行描述,对于裂纹贯穿的单元,扩充形函数 $\varphi(x)$ 采用如下形式:

$$\varphi(x) = N_j H(\phi(x)), \quad (6)$$

其中, $\varphi(x)$ 为水平集函数, $H(x)$ 为海维赛德函数:

$$H(x) = \begin{cases} 1 & x \geq 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases} \quad (7)$$

贯穿单元的位移模式为:

$$u^h = \sum_i N_i(x)u_i + \sum_j N_j(x)H(\phi(x))q_j \quad (8)$$

当求解域内函数 XFEM 时,在 XFEM 与常规单元交界处会产生混合单元。

1.1.3 XFEM 离散方程

在线弹性问题中, XFEM 离散方程的弱形式可以表示为^[5]:

$$\int_{\Omega} \sigma : \delta \varepsilon^h d\Omega = \int_{\Omega} b : \delta u^h d\Omega + \int_{\partial\Omega^+} \bar{t} \cdot \delta u^h d\Gamma \quad \forall \delta u^h \in U_0^h \quad (9)$$

其中, \bar{t} 为面力, b 为体力, u^h 与 δu^h 为 XFEM 中的试探函数与检验函数。把试探函数、检验函数代入上述方程,并利用节点变分的任意性,可以得到离散的线性方程组:

$$Kd=f \quad (10)$$

可以看出上述平衡方程形式与常规有限元一致, K 为结构的总体刚度矩阵, f 为外载荷向量, d 为待求解的位移向量。 K 和 f 由各个单元按照节点号组装而成,各单元的贡献可以表示为:

$$k_{ij}^e = \begin{bmatrix} k_{ij}^{uu} & k_{ij}^{ua} & k_{ij}^{ub} \\ k_{ij}^{au} & k_{ij}^{aa} & k_{ij}^{ab} \\ k_{ij}^{bu} & k_{ij}^{ba} & k_{ij}^{bb} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$f_i^e = \{f_i^u, f_i^a, f_i^b\} = \{f_i^{b_1}, f_i^{b_2}, f_i^{b_3}, f_i^{b_4}\} \quad (12)$$

上述方程中子矩阵和向量的具体形式为:

$$k_{ij}^{rs} = \int_{\Omega} (B_i^r)^T DB_j^s d\Omega \quad (r, s = u, a, b)$$

$$f_i^u = \int_{\partial\Omega^+ \cap \partial\Omega} N_i \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} N_i b d\Omega$$

$$f_i^a = \int_{\partial\Omega^+ \cap \partial\Omega} N_i H \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} N_i H b d\Omega$$

$$f_i^{ba} = \int_{\partial\Omega^+ \cap \partial\Omega} N_i \phi_a \bar{t} d\Gamma + \int_{\Omega} N_i \phi_a b d\Omega \quad (\alpha=1-4)$$

其中, B_i^a, B_i^u, B_i^b 为形函数导数矩阵,具体形式如下:

$$B_i^u = \begin{bmatrix} N_{i,x} & 0 \\ 0 & N_{i,y} \\ N_{i,y} & N_{i,x} \end{bmatrix}$$

$$B_i^a = \begin{bmatrix} (N_i H)_{,x} & 0 \\ 0 & (N_i H)_{,y} \\ (N_i H)_{,y} & (N_i H)_{,x} \end{bmatrix}$$

$$B_i^{b\alpha} = \begin{bmatrix} (N_i\phi_\alpha)_{,x} & 0 \\ 0 & (N_i\phi_\alpha)_{,y} \\ (N_i\phi_\alpha)_{,y} & (N_i\phi_\alpha)_{,x} \end{bmatrix} \quad (\alpha=1\sim 4) \quad (14)$$

$$B_i^e = [B_i^{b_1} B_i^{b_2} B_i^{b_3} B_i^{b_4}]$$

三维情况的离散方程推导参见文献 [6]。

1.2 疲劳裂纹扩展准则与扩展描述

在疲劳扩展分析时,通过 VCCT(虚裂纹闭合技术)计算裂纹前缘的 3 个量释放率分量 G_I 、 G_{II} 、 G_{III} ,采用 Wu 和 Reuter^[9] 提出的幂指数方程式 (15) 计算等效能应变释放率 G_E (公式中取 $a_1=a_2=a_3=1$),当最大等效能应变释放率 G_{ME} 大于材料疲劳扩展的最小阈值 G_{th} 时,疲劳裂纹开始扩展, $G_{th}=0.01G_C$, G_C 为材料的极限能量释放率。当裂纹尖端满足扩展准则时,采用公式 (16) Paris 公式计算疲劳裂纹扩展步长,裂纹沿垂直于最大切应力方向扩展。

$$\frac{G_E}{G_C} = \left(\frac{G_I}{G_{IC}}\right)^{a_1} + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}}\right)^{a_2} + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}}\right)^{a_3} \quad (15)$$

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta G)^n \quad (16)$$

由于 Abaqus 中 XFEM 的位移模式中不包含对裂纹尖端的描述项,裂纹每次扩展时裂纹尖端会扩展至单元边界而不会停留在单元内部,所以在计算裂纹扩展步长时与传统有限元有一定区别,并不是通过循环数确定下一步裂纹扩展的长度,而是需要计算出扩展一定距离(扩展时穿过的单元长度)所需要的循环次数 N , N 的选取需要计算裂纹面前缘每个单元扩展所需要的 N_j ,并从中选取最小的 $\min(N_j)$ 作为当前步扩展需要的循环次数 N 。

2 分析模型与基本参数

2.1 分析模型

下面基于 Abaqus 采用 XFEM 方法对钛合金层合板中的疲劳裂纹扩展特性进行模拟分析。由于钛合金的萌生寿命相对较长,在损伤容限设计时需要对其扩展特性具有更深入的了解,所以在有限元建模时通过设置初始裂纹,重点对疲劳裂纹在钛合金层板内的扩展过程进行研究。为说明 XFEM 方法对疲劳裂纹扩展模拟的有效性,建立与试验件相同的有限元模型,以便结果的对比分析。

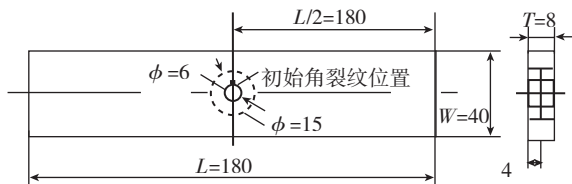


图2 分析模型
Fig.2 Analysis model

图 2 为分析模型示意图,长 $L=180\text{mm}$,宽 $W=40\text{mm}$,在中心位置有一 $\phi_f=6\text{mm}$ 的通孔,模型总厚度 $T=8\text{mm}$,由 2 层钛合金板扩散连接而成,板材厚度均为 4mm ,在 DB 界面中设置以孔圆心为圆心,直径 $\phi_r=15\text{mm}$ 的分层(此区域为连接间隙,无材料),在通孔的一侧板材表面上设置 1 个沿板材厚度和宽度都为 0.5mm 的初始裂纹面。有限元建模时,分层部分用厚度为 0.2mm 的圆柱体缺陷进行模拟。

2.2 分析过程基本参数

计算中模型的边界条件与试验条件保持一致,在模型两端采用固支的方式对模型施加应力比 $R=0.093$ 的等幅值单向拉-拉疲劳载荷,应力峰值 $\sigma_{\max}=276\text{Ma}$, Paris 公式常数: $C=3.2 \times 10^{-5}$, $n=1.43$ 。公式常数以及材料属性取自文献 [10],材料参数在表 1 中列出。

表1 TC4钛合金的材料参数

弹性磨量	极限强度	断裂韧性	泊松比
E/GPa	σ_u/MPa	$G_c (\text{j} \cdot \text{m}^{-2})$	ν
110	913	55.7	0.34

3 结果分析

采用扩展有限元方法对上述试件的裂纹扩展过程进行数值模拟,裂纹扩展轨迹如图 3 所示,径向裂纹扩展速率 $da/dN-a$ 曲线如图 4 所示。

对该层合板试件进行了试验研究。试验结果显示,表面裂纹的扩展表现出 3 个阶段(图 4)。即初始扩展阶段(阶段 I)、在预置分层边界附近扩展阶段(阶段 II)、越过预置分层边界后的扩展阶段(阶段 III)。

由图 3、图 4 可看出,通过扩展有限元方法预测出的裂纹扩展规律具有明显的三阶段扩展特征。第 1 阶段,裂纹扩展速率随疲劳裂纹长度的增加而增加,当疲劳裂

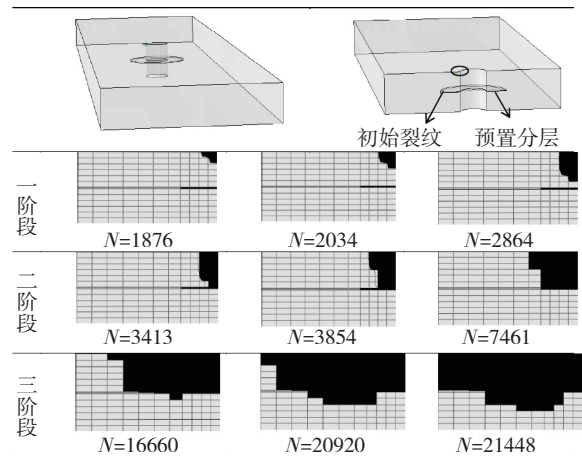


图3 裂纹扩展轨迹
Fig.3 Path of crack growth

纹扩展到预置分层时(裂纹长度约 5mm),裂纹扩展进入第 2 阶段,径向裂纹的扩展速率降低,说明预置分层对裂纹扩展有明显的抑制作用;当疲劳裂纹面前缘绕过预置分层边界时(图中第 3 阶段,对应径向裂纹长度约为 10mm),裂纹扩展速率迅速增加,结构剩余强度急剧下降。图 4 显示,3 个阶段的分界线与试验结果良好吻合。这说明,扩展有限元方法预测的裂纹扩展规律抓住了真实特征。

给定一径向裂纹长度(如 $a_0=1.0\text{mm}$)作为初始裂纹长度,以此对比分析裂纹扩展长度与循环次数 $a-N$ 曲线。

数值分析与试验结果的 $a-N$ 对比曲线(图 5)显示,

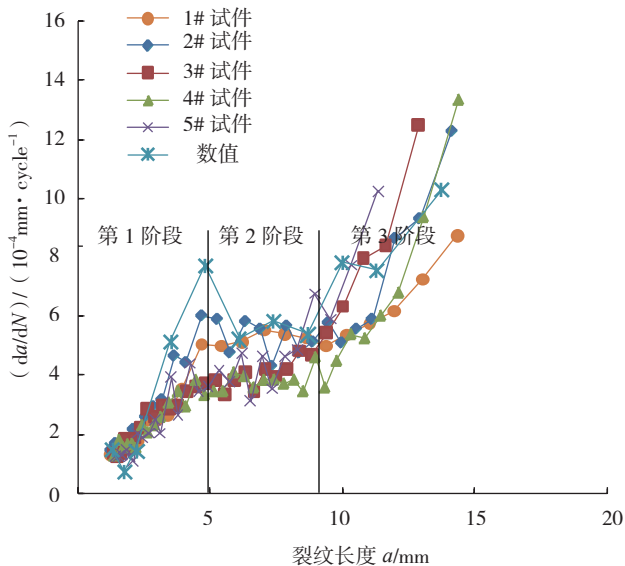


图4 $da/dN-a$ 曲线数值与试验结果对比图

Fig.4 $da/dN-a$ curves comparison of the numerical results and the experimental results

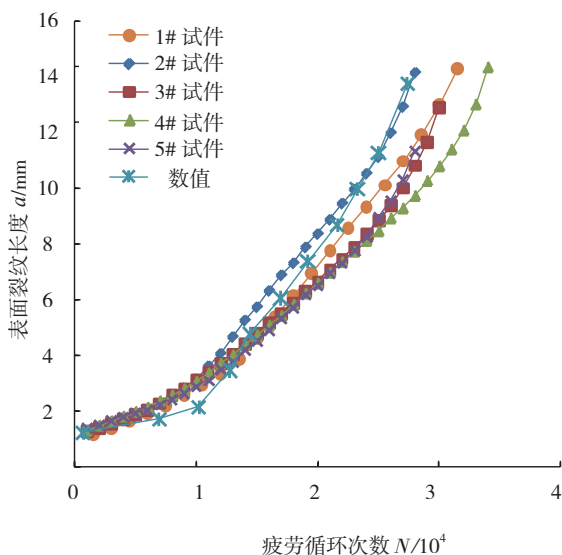


图5 $a-N$ 曲线数值与试验结果对比图

Fig.5 $a-N$ curves comparison of numerical results and experimental results

通过数值方法模拟得到的裂纹扩展寿命与试验手段测得裂纹扩展寿命总数基本一致,并且两者的 $a-N$ 曲线趋势相同,这表明扩展有限元法可获得准确的裂纹扩展规律。

分别对无预置分层和含预置分层的层合板模型进行疲劳裂纹扩展分析,从图 6 的 $a-N$ 曲线看出, DB 界面中预置分层使得疲劳扩展寿命大约从 10^4 次提高到 3×10^4 次,这反映出预置分层对裂纹的扩展有一定的抑制作用。

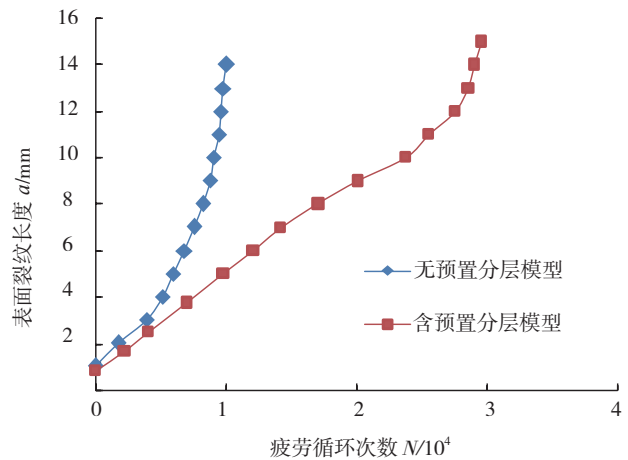


图6 $a-N$ 曲线数值分析结果

Fig.6 $a-N$ curves of numerical results

4 结论

扩展有限元方法获得的裂纹扩展特性与试验结果对比分析表明:扩展有限元法可准确获得含预置分层钛合金层合板结构的裂纹扩展规律,是分析该类结构裂纹扩展规律的有效方法;在钛合金层合板的 DB 界面中预置分层可以大幅度提高疲劳裂纹的扩展寿命。

参考文献

- [1] 王向明, 刘文斑. 飞机钛合金结构设计与应用. 北京: 国防工业出版社, 2010.
- [2] 周克印, 徐来, 林兆荣, 等. TC4 钛板扩散连接后的疲劳断裂特性. 机械强度, 1998, 20(2):112-115.
- [3] 贺小帆, 刘彦毛, 刘文斑, 等. 含孔钛合金扩散连接止焊层合板裂纹扩展特性试验. 航空材料学报, 2011, 31(5):77-81.
- [4] Belytschko T, Black T. Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 1999, 45(5):601-620.
- [5] Sukumar a N, Prevost J H. Modeling quasi-static crack growth with the extended finite element method part I: computer implementation. International Journal of Solids and Structures, 2003, 40: 7513-7537.
- [6] Shi J X, Chopp D, Lua J. Abaqus implementation of extended finite element method using a level set representation for three-

(下转第 92 页)

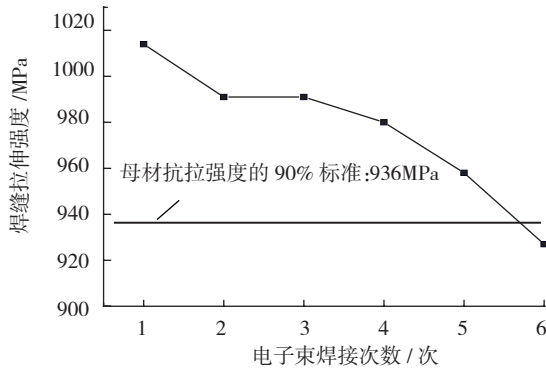


图5 电子束热输入对焊缝拉伸强度的影响

Fig.5 Effect of electron beam welding heat input for tensile strength of weld

低与焊缝部位的残余应力有直接的对应关系。由于焊缝部位受热影响,在冷热循环过程中,在不等温温度场的作用下,焊缝部位的收缩变形易造成其内部存在拉应力,拉应力的存在必然会降低其拉伸断裂强度,随着焊接次数的增加,热输入量逐步增加,焊缝部位的变形增大,残余拉应力也逐步增大,因此拉伸强度逐步下降。

为了更好地研究焊接次数对焊缝拉伸强度的影响,采用 X 射线衍射仪测量焊缝表面部位存在的残余应力, X 射线衍射残余应力测定的参数如表 4 所示,标准试样的零应力测定值为 6MPa,满足测定标准要求。

表4 X射线衍射残余应力测定参数表

靶材	衍射晶面	管电压 /kV	管电流 /mA	扫描步距 / (°)	计数时间 /s	准直管直径 /mm
铜靶	(213)	28	9	0.05	20	2

图 6 为经不同次电子束焊接后的接头表面残余应力的测试结果。由图 6 可知,焊缝部位在电子束焊接过程中的不均匀温度场作用下,发生不均匀的收缩变形,最终产生了残余拉伸力。当接头通过一次焊接时,其表面存在 256MPa 的残余拉应力。随着焊接次数的增加,电子束焊接能量输入增加,接头收缩变形加剧,其残余拉应力也逐步提高。当焊接次数达到 6 次时,残余拉应力

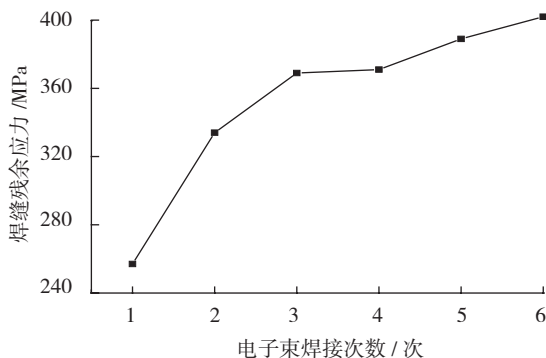


图6 接头表面残余应力的测试结果

Fig.6 Test results of joint surface residual stress

力提高至 396MPa。残余拉应力的提高导致了焊缝拉伸强度的降低。

赤道圆焊缝的检验标准为 GJB1718A-2005 I 级,其要求焊缝拉伸性能不得低于母材的 90%。当电子束焊接次数达到 6 次时,焊缝拉伸强度低于母材的 90%,因此,单一针对焊缝拉伸强度的指标要求,焊缝同一位置的焊接次数不得超过 5 次。

4 结论

(1) 随着电子束焊接能量输入次数的增加,焊缝拉伸性能和断裂延伸率逐步降低,焊接残余拉应力逐渐增大;

(2) 当焊接次数达到 6 次时,拉伸性能低于母材强度的 90%,无法满足 GJB1718A-2005 I 级标准要求。

参考文献

- [1] Casavola C, Pappalettere C, Tattoli F. Experimental and numerical study of static and fatigue properties of titanium alloy welded joints. *Mechanics of Materials*, 2009, 41: 231-243.
- [2] Tsay L W, Tsay C Y. The effect of microstructures on the fatigue crack growth in Ti-6Al-4V laser welds. *International Journal of Fatigue*, 1997, 19(10): 713-720.
- [3] 胡美娟, 刘金合. 12mm 厚钛合金平板电子束焊接的数值模拟. *中国有色金属学报*. 2007, 17(10): 1622-1625.
- [4] Boyer R R. An Overview on the Use of Titanium in the Aerospace Industry. *Materials Science and Engineering: A*, 1996, 213: 103-114.
- [5] Sun Z C, Yang H. Microstructure and Mechanical Properties of TA15 Titanium Alloy under Multi-step Local Loading Forming. *Materials Science and Engineering: A*, 2009, 523: 184-192.
- [6] 李兴无, 沙爱学, 张旺峰, 等. TA15 合金及其在飞机结构中的应用前景. *钛工业进展*. 2003, 20(4-5): 90-94.
- [7] 陈芙蓉, 霍立兴, 张玉凤. 电子束焊接技术在工业中的应用与发展. *电子工艺技术*. 2002, 23(2): 56-58.
- [8] 陈志勇, 王清江, 刘建荣, 等. Ti-60 钛合金电子束焊接接头高温下的失效与变形行为. *金属学报*, 2008, 44(3): 263-271.

(责编 早春)

(下转第 89 页)

dimensional fatigue crack growth and life predictions. *Engineering Fracture Mechanics*, 2010 (77): 2840-2863.

[7] Osher S, Sethian J A. Fronts propagating with curvature dependent speed: algorithms based on hamilton-jacobi formulations. *Journal of Computational Physics*, 1988, 79: 12-49.

[8] Moes N, Dollow J, Belytschko T. A finite element for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 1999, 46(1): 131-150.

[9] Wu E M, Reuter R C. Crack extension in fiberglass reinforced plastics. University of Illinois, 1968.

[10] 中国航空材料手册编辑委员会. 中国航空材料手册. 北京: 中国标准出版社, 2001.

(责编 亿霖)