

# 基于多体系统理论的数控机床综合误差建模技术\*

柏 衡, 沈建新

(南京航空航天大学机电学院, 南京 210016)

**[摘要]** 误差补偿是进一步提高机床精度的重要途径, 真实准确的误差模型对最终的误差补偿的效果起着决定性的作用。采用基于多体系统理论的建模方法, 对机床拓扑结构、机床的误差元素和坐标系之间的变换矩阵进行充分分析, 建立了特定数控机床的综合误差模型, 为后期实施对特定机床的实时误差补偿提供了误差计算依据。

**关键词:** 多体系统理论; 低序体; 变换矩阵; 综合误差

## Synthesis Error Modeling of the CNC Machine Tool Based on Multi-Body System Theory

BAI Heng, SHEN Jianxin

(College of Mechanical and Electrical Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

**[ABSTRACT]** Error compensation is an important approach to further improve the accuracy of machine tools, the real and accurate error model play a decisive role on the end result of error compensation. In this paper, Topology structure of machine tool, error elements of machine tool and coordinate transformation matrix are fully analyze during the modeling method based on multi-body system theory, and synthesis error model of a specific machine tool is established. Synthesis error model provide the error calculation basis for the later real-time error compensation of the specific machine tool.

**Keywords:** Multi-body system theory; Low-order body; Characteristic matrixes; Synthesis error

**DOI:** 10.16080/j.issn1671-833x.2017.1/2.117

随着零部件加工质量要求的不断提高, 对机床加工精度提出了更高的要求。如何提高机床加工精度, 已经成为国内外研究的热点, 总的来说提高机床加工精度主要有两种途径: 误差预防和误差补偿<sup>[1-4]</sup>。其中, 误差预防是通过提高机床零部件制造精度和机床伺服系统精度从而提高机床本身精度, 最终获得更高的加工精度, 这种方法通常会提高机床的生产制造成本。误差补偿是依据已经建立的误差模型以及现场采集的实时数据计算机床原始误差, 然后人为加入反向误差抵消机床原始误差, 从而提高机床加工精度, 是一种既有效又经济的方法。

误差补偿的实施必须依靠真实准确的误差模型, 因此实施误差补偿之前必须构建相应的误差模型, 目前广泛采用的建模方法包括: 三角几何法、神经网络法和多体系统理论法等<sup>[2, 5-7]</sup>。其中多体系统理论法具有通用性好、准确性高和容易实现自动化建模的特点, 本文采用这种建模方法对特定机床进行综合误差建模<sup>[2, 8]</sup>。

\* 基金项目: “高档数控机床与基础制造装备” 国家科技重大专项 (2014ZX04001071)。

## 1 数控机床总体结构

本次综合误差建模的数控机床主要应用于中小型飞机机身大部件的自动装配, 主要完成针对中机身的制孔任务。飞机部件通常具有尺寸大、刚性弱的特点, 因此在飞机装配过程中对装配孔的位置精度以及孔的轴线与蒙皮之间的法向精度都有着严格的要求(位置精度 $\leq 0.02\text{mm}$ , 法向精度 $\leq 0.015^\circ$ )。数控机床的总体结构如图 1 所示, 该机床具有 X 轴、Y 轴、Z 轴和主轴进给 Z<sub>1</sub> 轴 4 个移动轴, A 轴、B 轴和一个附加回转 B<sub>1</sub> 轴 3 个转动轴。其中 A 轴安装在 Z 轴末端, B 轴安装在 A 轴上, Z<sub>1</sub> 轴安装在 B 轴上, 主轴安装在 Z<sub>1</sub> 轴上。A 轴和 B 轴能够实现刀具姿态的调整; 附加回转 B<sub>1</sub> 轴能够使保证被加工工件的所有加工区域可达。

## 2 基于多体系统理论的建模的分析

### 2.1 机床低序体阵列

在机床系统中, 任意体 V<sub>i</sub> 的 n 阶低序体的定义为<sup>[5, 7-9]</sup>:

$$L^n(V_i) = S \quad (1)$$

$$L^n = L(L^{n-1}(V_i)) \quad (2)$$

$$L^0(V_i) = V_i \quad (3)$$

$$L^1(0) = 0 \quad (4)$$

根据机床结构简图和低序体的定义可以得到机床系统的低序体阵列,如表 1 所示。

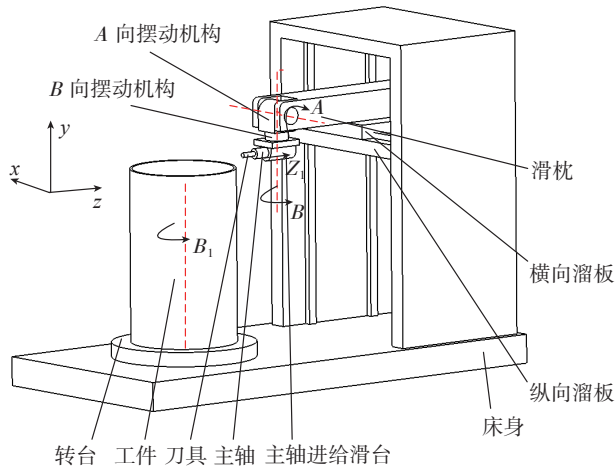


图1 数控机床结构简图  
Fig.1 Structure of CNC machine tool

表1 机床系统低序体阵列

典型体 $V_i$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$L^0(V_i)$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$L^1(V_i)$	0	1	2	3	4	5	6	9	10	0
$L^2(V_i)$	0	0	1	2	3	4	5	10	0	0
$L^3(V_i)$	0	0	0	1	2	3	4	0	0	0
$L^4(V_i)$	0	0	0	0	1	2	3	0	0	0
$L^5(V_i)$	0	0	0	0	0	1	2	0	0	0
$L^6(V_i)$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
$L^7(V_i)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

## 2.2 坐标系的约定

(1) 考虑到方便测量,第一轴的方向通常选择为直接与床身连接的参考轴的方向,这里为机床 Y 轴。实际的机床往往有着各种误差, Y 轴的空间运动轨迹并不是理想直线,将其拟合成直线后作为参考坐标系的 Y 轴方向。

(2) 实际机床的 X 轴与 Y 轴并不是理想垂直关系,它们之间存在垂直度误差  $S_{XY}$ ,因此 X 轴的空间运动轨迹拟合后得到的直线与参考坐标系的 Y 轴并不是理想的垂直关系。在 X 轴运动轨迹拟合直线与参考坐标系 Y 轴组成的片面内,作一条直线与参考坐标系 Y 轴垂直,将该直线作为参考坐标系的 X 轴方向。

(3) 同样可以将 Z 轴的空间运动轨迹拟合成直线,由于垂直度误差  $S_{XZ}$  和  $S_{YZ}$  的存在,该直线与参考坐标系的 X 轴和 Y 轴并不是理想的垂直关系,作一条直线同时垂直于参考坐标系的 X 轴和 Y 轴,作为参考坐标系的 Z 轴的方向。综上所述,最终确立的参考坐标系如图 2 所示。

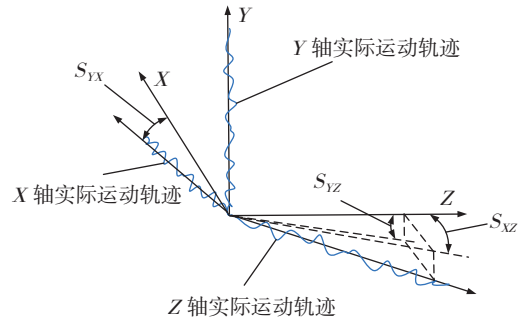


图2 参考坐标系坐标轴方向  
Fig.2 Axis direction of reference coordinate system

坐标系原点位置的约定如下:根据该机床本身结构特点,选定参考坐标系的坐标原点在 A 摆执行机构的旋转轴轴线中点  $O_1$  处。坐标系 X、Y、Z、A、B 的坐标原点与参考坐标系 R 的原点位置相同。坐标系 S 和  $Z_1$  的坐标原点设定在主轴轴线与主轴端面的交点  $O_2$  处。刀具坐标系的坐标原点设定在刀尖点  $O_3$  处。工件坐标系 W 和转台坐标系  $B_1$  的坐标原点设定在转台轴线与转台面之间的交点  $O_4$  处。机床处于初始状态时,  $O_1$ 、 $O_2$ 、 $O_3$ 、 $O_4$  的位置如图 3 所示。

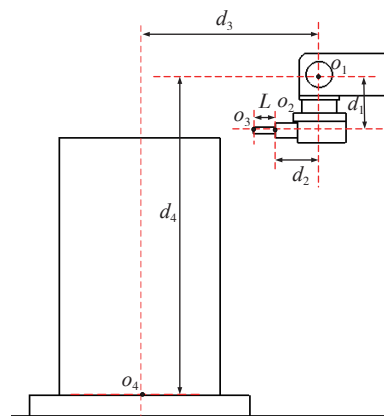


图3 坐标原点的位置  
Fig.3 Location of coordinate system origin

## 2.3 误差元素分析

移动轴运动过程中通常会产生 6 项运动误差。以机床的 X 轴运动为例(横向溜板的左右移动),包括 3 项位移误差: X 向定位误差  $\delta_x(x)$ , Y 向垂直直线度误差  $\delta_y(x)$ , Z 向水平直线度误差  $\delta_z(x)$  以及 3 项转角误差:

绕 X 轴的滚转误差  $\varepsilon_x(x)$ , 绕 Y 的俯仰误差  $\varepsilon_y(x)$ , 绕 Z 轴的偏摆误差  $\varepsilon_z(x)$ 。移动轴运动轨迹之间还存在垂直度误差, X 轴运动时存在与 Y 轴的垂直度误差  $S_{xy}$ 。机床各移动轴运动时会产生热误差, 机床热误差主要表现为热漂移误差, 该机床的 4 个移动轴的热误差可以分别简化为 3 个方向的热漂移误差。机床各个移动轴的误差元素如表 2 所示。

表2 机床系统低序体阵列

	位移误差	转角误差	垂直度误差	热漂移误差
Y 轴	$\delta_x(y) \delta_y(y)$ $\delta_z(y)$	$\varepsilon_x(y) \varepsilon_y(y)$ $\varepsilon_z(y)$	—	$\delta_{xt}(y) \delta_{yt}(y)$ $\delta_{zt}(y)$
X 轴	$\delta_x(x) \delta_y(x)$ $\delta_z(x)$	$\varepsilon_x(x) \varepsilon_y(x)$ $\varepsilon_z(x)$	$S_{XY}$	$\delta_{xt}(x) \delta_{yt}(x)$ $\delta_{zt}(x)$
Z 轴	$\delta_x(z) \delta_y(z)$ $\delta_z(z)$	$\varepsilon_x(z) \varepsilon_y(z)$ $\varepsilon_z(z)$	$S_{XZ}, S_{YZ}$	$\delta_{xt}(z) \delta_{yt}(z)$ $\delta_{zt}(z)$
Z <sub>1</sub> 轴	$\delta_x(z_1) \delta_y(z_1)$ $\delta_z(z_1)$	$\varepsilon_x(z_1) \varepsilon_y(z_1)$ $\varepsilon_z(z_1)$	$S_{XZ_1}, S_{YZ_1}$	$\delta_{xt}(z_1) \delta_{yt}(z_1)$ $\delta_{zt}(z_1)$

机床的转动轴在运动过程中同样具有 6 项运动误差, 包括 3 项位移误差和 3 项转动误差。由于安装误差的存在, 机床转动轴通常具有两项平行度误差, 以机床的 A 轴为例, A 轴与 XY 平面存在平行度误差  $\alpha_{ZA}$ , A 轴与 XZ 平面之间存在平行度误差  $\alpha_{YA}$ 。机床转动轴也会产生热误差, 热误差主要表现为热漂移误差, 机床的 3 个转动轴的热误差可以简化为 3 个方向的热漂移误差。机床转动轴误差元素如表 3 所示。

表3 机床系统低序体阵列

	位移误差	转角误差	垂直度误差	热漂移误差
A 轴	$\delta_x(\alpha) \delta_y(\alpha)$ $\delta_z(\alpha)$	$\varepsilon_x(\alpha) \varepsilon_y(\alpha)$ $\varepsilon_z(\alpha)$	$\alpha_{XY} \alpha_{YA}$	$\delta_{xt}(\alpha) \delta_{yt}(\alpha)$ $\delta_{zt}(\alpha)$
B 轴	$\delta_x(\beta) \delta_y(\beta)$ $\delta_z(\beta)$	$\varepsilon_x(\beta) \varepsilon_y(\beta)$ $\varepsilon_z(\beta)$	$\beta_{ZB} \beta_{XB}$	$\delta_{xt}(\beta) \delta_{yt}(\beta)$ $\delta_{zt}(\beta)$
B <sub>1</sub> 轴	$\delta_x(\beta_1) \delta_y(\beta_1)$ $\delta_z(\beta_1)$	$\varepsilon_x(\beta_1) \varepsilon_y(\beta_1)$ $\varepsilon_z(\beta_1)$	$\gamma_{ZB} \gamma_{XB}$	$\delta_{xt}(\beta_1) \delta_{yt}(\beta_1)$ $\delta_{zt}(\beta_1)$

考虑到机床主轴的安装精度很高, 其几何误差元素可以忽略, 主要存在 5 项热误差, 包括主轴在 3 个方向的热漂移误差  $\delta_{xt}(S)$ 、 $\delta_{yt}(S)$ 、 $\delta_{zt}(S)$ , 主轴轴线的两项热倾斜误差  $\varepsilon_{xt}(S)$ 、 $\varepsilon_{yt}(S)$ 。主轴误差元素如表 4 所示。

表4 主轴误差元素

	热漂移误差	转角误差
主轴 S	$\delta_{xt}(S) \delta_{yt}(S) \delta_{zt}(S)$	$\varepsilon_{xt}(S) \varepsilon_{yt}(S)$

### 3 变换矩阵与误差模型的建立

移动轴变换矩阵的分析。当移动轴 Y 运动名义位

移 y 时, 根据文献 [5, 10] 在理想状况下, 坐标系 Y (固连在纵向溜板) 到参考坐标系 R (固连在床身) 的变换矩阵为:

$${}^R_Y T^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5)$$

根据移动副误差运动学分析<sup>[10-11]</sup>, 存在误差状况下, 坐标系 Y 到参考坐标系 R 的变换矩阵为:

$${}^R_Y T^e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \delta_{xt}(y) \\ 0 & 1 & 0 & \delta_{yt}(y) \\ 0 & 0 & 1 & \delta_{zt}(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(y) & \varepsilon_y(y) & \delta_x(y) \\ \varepsilon_z(y) & 1 & -\varepsilon_x(y) & \delta_y(y) \\ -\varepsilon_y(y) & \varepsilon_x(y) & 1 & \delta_z(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (6)$$

式中, 3 个矩阵分别: 为理想矩阵、热误差矩阵和几何误差矩阵。坐标系 Y 到参考坐标系 R 的变换矩阵的最终计算结果为:

$${}^R_Y T^e = \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(y) & \varepsilon_y(y) & \delta_x(y) + \delta_{xt}(y) \\ \varepsilon_z(y) & 1 & -\varepsilon_x(y) & y + \delta_y(y) + \delta_{yt}(y) \\ -\varepsilon_y(y) & \varepsilon_x(y) & 1 & \delta_z(y) + \delta_{zt}(y) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (7)$$

采用这种方法可以求出其他移动轴运动时在理想情况下和存在误差的情况下相邻坐标系之间的变换矩阵。

坐标系 X (固连在横向溜板) 到坐标系 Y (固连在纵向溜板) 在理想情况下和存在误差的情况下的变换矩阵为:

$${}^Y_X T^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (8)$$

$${}^Y_X T^e = \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(x) & \varepsilon_y(x) & x + \delta_x(x) + \delta_{xt}(x) \\ \varepsilon_z(x) & 1 & -\varepsilon_x(x) & \delta_y(x) + \delta_{yt}(x) - xS_{XY} \\ -\varepsilon_y(x) & \varepsilon_x(x) & 1 & \delta_z(x) + \delta_{zt}(x) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

坐标系 Z (固连在滑枕) 到坐标系 X (固连在横向溜板) 在理想情况下和存在误差的情况下的变换矩阵为:

$${}^Y_X T^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (10)$$

$${}^Y_X T^e = \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(z) & \varepsilon_y(z) & \delta_x(z) + \delta_{xt}(z) - zS_{XZ} \\ \varepsilon_z(z) & 1 & -\varepsilon_x(z) & \delta_y(z) + \delta_{yt}(z) - zS_{YZ} \\ -\varepsilon_y(z) & \varepsilon_x(z) & 1 & z + \delta_z(z) + \delta_{zt}(z) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (11)$$

坐标系 Z<sub>1</sub> (固连在主轴进给滑台) 到坐标系 B (固

连在  $B$  向摆动机构)在理想情况下和存在误差的情况下的变换矩阵为:

$${}^B_{Z_1}T^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -d_1 \\ 0 & 0 & 1 & z_1 - d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (12)$$

$${}^B_{Z_1}T^e = \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(z_1) & \varepsilon_y(z_1) & \delta_x(z_1) + \delta_{xz}(z_1) - z_1 S_{xz1} \\ \varepsilon_z(z_1) & 1 & -\varepsilon_x(z_1) & \delta_y(z_1) + \delta_{yz}(z_1) - z S_{yz1} - d_1 \\ -\varepsilon_y(z_1) & \varepsilon_x(z_1) & 1 & z + \delta_z(z_1) + \delta_{zx}(z_1) - d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

转动轴变换矩阵的分析。当转动轴  $A$  转过名义角度时,理想状况下,坐标系  $A$  (固连在  $A$  向摆动机构)到坐标系  $Z$  (固连在滑枕)的变换矩阵为:

$${}^Z_XT^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (14)$$

存在误差状况下的变换矩阵为:

$${}^Y_XT^e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\alpha_{ZA} & \alpha_{YA} & 0 \\ \partial_{ZA} & 1 & 0 & 0 \\ -\partial_{YA} & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \delta_x(\alpha) \\ 0 & 1 & 0 & \delta_y(\alpha) \\ 0 & 0 & 1 & \delta_z(\alpha) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(\alpha) & \varepsilon_y(\alpha) & \delta_x(\alpha) \\ \varepsilon_z(\alpha) & 1 & -\varepsilon_x(\alpha) & \delta_y(\alpha) \\ -\varepsilon_y(\alpha) & \varepsilon_x(\alpha) & 1 & \delta_z(\alpha) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

式中,4个矩阵分别:为理想矩阵、安装误差矩阵、热误差矩阵和几何误差矩阵。同样的方法我们可以求出其它转动轴在理想情况下和存在误差情况下相邻坐标系之间的变换矩阵。

坐标系  $B$  (固连在  $B$  向摆动机构)坐标系  $A$  (固连在  $A$  向摆动机构)在理想情况下和存在误差的情况下的变换矩阵为:

$${}^A_BT^i = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

$${}^A_BT^e = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\beta_{ZB} & 0 & 0 \\ \beta_{ZB} & 1 & -\beta_{XB} & 0 \\ 0 & \beta_{XB} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \delta_x(\beta) \\ 0 & 1 & 0 & \delta_y(\beta) \\ 0 & 0 & 1 & \delta_z(\beta) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(\beta) & \varepsilon_y(\beta) & \delta_x(\beta) \\ \varepsilon_z(\beta) & 1 & -\varepsilon_x(\beta) & \delta_y(\beta) \\ -\varepsilon_y(\beta) & \varepsilon_x(\beta) & 1 & \delta_z(\beta) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (17)$$

坐标系  $B_1$  (固连在转台)到参考坐标系  $R$  (固连在床身)在理想情况下和存在误差的情况下的变换矩阵为:

$${}^R_{B_1}T^i = \begin{pmatrix} \cos\beta_1 & 0 & \sin\beta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -d_4 \\ -\sin\beta_1 & 0 & \cos\beta_1 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (18)$$

$${}^R_{B_1}T^e = \begin{pmatrix} \cos\beta_1 & 0 & \sin\beta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -d_4 \\ -\sin\beta_1 & 0 & \cos\beta_1 & -d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_{ZU} & 0 & 0 \\ \gamma_{ZU} & 1 & -\gamma_{XU} & 0 \\ 0 & \gamma_{XU} & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & \delta_x(\beta_1) \\ 0 & 1 & 0 & \delta_y(\beta_1) \\ 0 & 0 & 1 & \delta_z(\beta_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & -\varepsilon_z(\beta_1) & \varepsilon_y(\beta_1) & \delta_x(\beta_1) \\ \varepsilon_z(\beta_1) & 1 & -\varepsilon_x(\beta_1) & \delta_y(\beta_1) \\ -\varepsilon_y(\beta_1) & \varepsilon_x(\beta_1) & 1 & \delta_z(\beta_1) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (19)$$

由于主轴固定安装在主轴进给滑台上,所以理想状况下,主轴坐标系  $S$  (固连在主轴上)到  $Z_1$  坐标系(固连在主轴进给滑台上)的变换矩阵为单位矩阵:

$${}^Z_1S^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

存在误差状况下的变换矩阵为:

$${}^Z_1S^e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \varepsilon_y(S) & \delta_x(S) \\ 0 & 1 & -\varepsilon_x(S) & \delta_y(S) \\ -\varepsilon_y(S) & \varepsilon_x(S) & 1 & \delta_z(S) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (21)$$

由于刀具安装误差和热误差相对较小可以忽略,因此其变换矩阵为:

$${}^S_WT^i = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

不考虑工件的安装误差,认为工件固定安装在工作台上,工件坐标系  $W$  (固连在工件上)到坐标系  $B_1$  (固定在回转工作台上)的理想变换矩阵和存在误差情况下的变换矩阵均为单位矩阵:

$${}^{B_1}_WT^i = {}^{B_1}_WT^e = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

根据机床结构简图,该机床可以简化为一条由移动副和转动副组成的开放的运动链。刀具端为:“床身(低序体 0)→纵向溜板(低序体 1)→横向溜板(低序体 2)→滑枕(低序体 3)→ $A$  向摆动机构(低序体 4)→ $B$  向摆动机构(低序体 5)→主轴进给滑台(低序体 6)→主轴(低序体 7)→刀具(低序体 8)”;工件端为:“床身(低

序体 0)→转台(低序体 9)→工件(低序体 10)”。

根据运动副之间的连接关系,理想情况下,从刀具坐标系  $T$  到工件坐标系  $W$  的变换矩阵为:

$${}^wT^i = ({}^B_iT^i)^{-1} ({}^R_iT^i)^{-1} {}^R_iT^Y {}^Y_iT^X {}^X_iT^Z {}^Z_iT^A {}^A_iT^B {}^B_iT^Z_i {}^Z_iT^S {}^S_iT^i \quad (24)$$

存在误差的情况下刀具坐标系  $T$  到工件坐标系  $W$  的变换矩阵为:

$${}^wT^e = ({}^B_iT^e)^{-1} ({}^R_iT^e)^{-1} {}^R_iT^Y {}^Y_iT^X {}^X_iT^Z {}^Z_iT^A {}^A_iT^B {}^B_iT^Z_i {}^Z_iT^S {}^S_iT^e \quad (25)$$

如图 4 所示,刀尖点的位置误差为刀尖点的实际位置与工件上的理论切削点(编程点)之间的偏差,刀具矢量误差为实际刀具矢量与理论刀具矢量之间的差值<sup>[2, 6, 8, 12-13]</sup>。

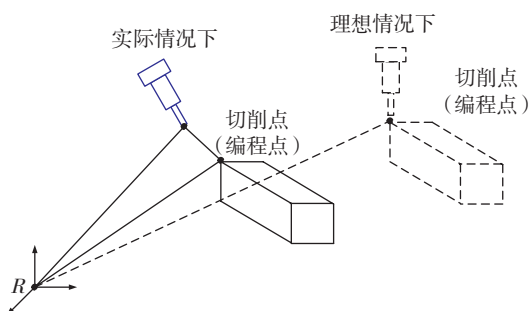


图4 机床综合误差  
Fig.4 Synthesis error of machine tools

根据刀具坐标系的设定,刀具坐标系中刀尖点的坐标  $P_i = (0 \ 0 \ 0)^T$ ,理想情况下,工件坐标系中的刀尖点的坐标  $P_w^i$  可以通过式(26)计算:

$$\begin{pmatrix} P_w^i \\ 1 \end{pmatrix} = {}^wT^i \times \begin{pmatrix} P_i \\ 1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

存在误差情况下,工件坐标系中的刀尖点坐标  $P_w^e$  可以通过式(27)计算:

$$\begin{pmatrix} P_w^e \\ 1 \end{pmatrix} = {}^wT^e \times \begin{pmatrix} P_i \\ 1 \end{pmatrix} \quad (27)$$

根据刀尖点位置误差的定义,在工件坐标系中的刀尖点位置误差可以通过式(28)计算:

$$\Delta_w = P_w^e - P_w^i \quad (28)$$

根据刀具坐标系的设定,在刀具坐标系中刀具矢量(通常为单位矢量)  $\vec{V}_i = (0 \ 0 \ 1)^T$ ,根据坐标系之间的变换关系理想情况下,可以通过式(29)计算工件坐标系中的刀具矢量  $\vec{V}_w^i$ :

$$\begin{pmatrix} \vec{V}_w^i \\ 0 \end{pmatrix} = {}^wT^i \times \begin{pmatrix} \vec{V}_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (29)$$

存在误差情况下,在工件坐标系中可以通过式(30)计算的刀具矢量  $\vec{V}_w^e$ :

$$\begin{pmatrix} \vec{V}_w^e \\ 0 \end{pmatrix} = {}^wT^e \times \begin{pmatrix} \vec{V}_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (30)$$

根据刀具矢量误差的定义,在工件坐标系中可以通过式(31)计算刀具矢量误差:

$$\Delta\theta_w = \vec{V}_w^e - \vec{V}_w^i \quad (31)$$

通过以上分析得到最终机床的刀尖点位置综合误差和刀具矢量综合误差这就为以后的误差补偿具体实施提供了误差计算的依据。

## 4 结束语

数控机床综合误差模型是进行误差补偿的基础,在数控机床误差补偿过程中起到了至关重要的作用。基于多体系统理论的数控机床综合误差建模方法简单方便而且不受机床拓扑结构和运动复杂程度的限制,具有广泛的通用性。基于这种建模方法建立的机床综合误差模型不仅为机床误差的实时补偿提供了误差计算的依据同时也为数控机床设计与制造提供了参考。

## 参考文献

- [1] 杨建国. 数控机床误差补偿技术现状与展望[J]. 航空制造技术, 2012(5): 40-45.
- [2] YANG Jianguo. Present situation and prospect of error compensation technology for NC machine tool[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2012(5): 40-45.
- [3] 刘春时, 孙伟, 李小彭, 等. 面向五轴数控机床的空间误差建模流程研究[J]. 机床与液压, 2009(8): 4-7.
- [4] LIU Chunshi, SUN Wei, LI Xiaopeng, et al. Research on volumetric error modeling for five-axis NC machine tools[J]. Machine Tool & Hydraulics, 2009(8): 4-7.
- [5] 曹甜东, 唐小琦. 数控机床几何误差的补偿及实现[J]. 机械制造与自动化, 2006, 35(4): 88-92.
- [6] CAO Tiandong, TANG Xiaoqi. Compensation and implementation of geometric error for CNC milling machine[J]. Machine Building & Automation, 2006, 35(4): 88-92.
- [7] 刘又午. 多体动力学在机械工程领域的应用[J]. 中国机械工程, 2015, 11(14): 144-149.
- [8] LIU Youwu. Application of multi-body dynamics in mechanical engineering[J]. China Mechanical Engineering, 2015, 11(14): 144-149.
- [9] 刘启东, 徐春广. 基于多体系统理论的车铣中心空间误差模型分析[J]. 组合机床与自动化加工技术, 2005(5): 55-58.
- [10] LIU Qidong, XU Chunguang. Analysis of volumetric error models for lathe-milling center based on multi-body system theory[J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2005(5): 55-58.
- [11] 王秀山, 杨建国, 闫嘉钰. 基于多体系统理论的五轴机床综合误差建模技术[J]. 上海交通大学学报, 2008, 42(5): 761-764.
- [12] WANG Xiushan, YANG Jianguo, YAN Jiayu. Synthesis error modeling of the five-axis machine tools based on multi-body system theory[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2008, 42(5): 761-764.

(下转第124页)