

基于Copula函数的铣削力、振动与表面粗糙度的相关性分析*

裴宏杰,陈钰荧,李公安,刘成石,王贵成

(江苏大学机械工程学院,镇江 212013)

[摘要] 探求切削力、振动和表面粗糙度之间的相互关系,对实现表面粗糙度的预测预报具有重要意义。以 MQL 铣削 45 钢为试验对象,进行了切削速度 v 、每齿进给量 f_z 、切削深度 a_p 的三因素四水平的 64 组切削试验,在线测量主切削力、轴向力和径向力及振动,对切削分力数据处理得到相应的平均值、标准差和均方根值,同时离线测量出二维粗糙度 R_a 、三维粗糙度平均值 S_a 和均方根值 S_q 。采用正态分布、指数分布、Gamma 分布、Weibull 分布和 Cauchy 分布等函数拟合,根据 AIC 准则确定出最优分布函数,采用极大似然法估计出未知参数。使用 Gaussian Copula、 t -Copula、Frank Copula、Gumbel Copula、Clayton Copula 等 Copula 函数拟合铣削力、振动和粗糙度之间相关结构形式,采用 AIC 准则优选出最优 Copula 函数,并确定出参量。利用最优 Copula 函数导出的 Kendall 秩相关系数 τ 作为评价指标,分析比较了铣削力、振动与表面粗糙度的整体相关性。采用混合 Copula 函数对铣削力、振动与表面粗糙度的尾部相关性进行了分析。

关键词: Copula 函数; 铣削力; 振动; 表面粗糙度; 精密加工; 相关性; 微量润滑

DOI:10.16080/j.issn1671-833x.2019.09.059



裴宏杰

硕士,副教授,主要研究方向为智能制造、MQL 精密加工和气体保护焊研究,发表论文 60 余篇(SCI、EI 检索 26 篇),主持与参加国家重大专项、国家自然科学基金 4 项,主持省部级课题 2 项,获省部级奖 6 项,作为副主编撰写教材 2 部,授权发明专利 11 项。

智能切削加工^[1]的一个重要方面是通过监测振动、切削力、温度等相关信号实现工件表面质量的判断和预测,而表面粗糙度是体现工件质量好坏的一个极其重要的因素,研究者对表面粗糙度的预测进行了大量研究^[2-3]。

为了实现表面粗糙度的高精度预测,需要采用相关性高的输入变量。但很多研究基于黑匣子理论,采用响应曲面法、模糊理论、神经网络、遗传算法、灰度理论等对粗糙度进行直接预测^[4-8],很少对输入参数与粗糙度进行相关性分析。文献[9]

采用了通过自适应神经模糊推理系统模型来讨论切削参数和切削力以及表面粗糙度之间的相关程度大小。文献[10]采用了 Copula 函数对切削加工二维表面粗糙度的相关性进行了研究。

Copula 函数^[11-12]作为一种新的相关性研究方法,被广泛应用于航空、金融等领域来讨论变量之间的相关性。Copula 函数能构造多变量的联合分布函数,精确地描述变量间的相关结构,定量地给出变量之间的整体和尾部相关程度大小。因此,本文基于 Copula 函数对铣削力和振动对二维和三维表面粗糙度变量之间的相互关系进行分析,对后续构建表面粗糙度预测模型及高精度预测预报具有重要意义。

* 基金项目: 国家科技重大专项资助项目(2013ZX04009031-4); 江苏省普通高校研究生科研创新计划(CXZZ12-0658)。

试验系统

机床使用 Mazak VTC-16A 三轴立式加工中心,采用 Accu-Lube 喷雾系统和植物油 2000 进行微量润滑 (Minimum Quantity Lubrication, MQL) 铣削加工。刀片为 ISCAR HM90 APKT 1003PDR IC928 硬质

合金涂层铣削刀片,刀杆为 ISCAR HM90A-D20-3-C20 的高精度硬质合金刀杆,刀具主偏角 90°,副偏角 12°,前角 5°,后角 11°,刃倾角 -3°,坡走铣角 32°。工件选用 130mm × 50mm × 20mm 的 45 钢块料,工件两侧开有两个水平距离为 100mm、直径为 12mm 的孔,并通过螺栓固定在

测力仪上。

试验采用控制变量法,切削宽度 a_e 为 5mm。3 个控制因子为切削速度 v (m/min)、每齿进给量 f_z (mm/z)、切削深度 a_p (mm),每个因子各有 4 个水平值,试验组数为 64,详细参数见表 1。

铣削力测量采用 Kistler 公司

表1 铣削试验结果
Table1 Steel milling experimental results

序号	v /(m·min ⁻¹)	f_z /(mm·z ⁻¹)	a_p /mm	R_a /μm	S_a /μm	S_q /μm	\bar{F}_x /N	\bar{F}_y /N	\bar{F}_z /N	σF_x /N	σF_y /N	σF_z /N	δF_x /N	δF_y /N	δF_z /N	A /10 ⁻¹ mm
1	140	0.02	0.3	0.47	0.85	1.02	36.2	62.1	117.9	17.8	31.0	33.8	40.3	69.4	122.2	0.36
2	140	0.02	0.6	0.46	0.85	1.10	45.6	114.1	123.9	26.9	55.5	45.1	53.0	126.9	138.1	0.46
3	140	0.02	0.9	0.45	0.81	0.92	48.1	148.9	123.3	31.3	58.4	37.2	57.4	159.9	128.8	0.56
4	140	0.02	1.2	0.49	0.93	1.10	49.4	171.3	118.7	36.9	61.6	42.1	61.7	182.0	125.9	0.61
5	140	0.04	0.3	0.37	0.85	1.06	43.1	67.3	123.5	11.0	40.0	30.5	44.4	78.3	127.2	0.38
6	140	0.04	0.6	0.43	0.91	0.91	62.8	122.4	139.0	24.5	65.3	38.9	67.4	138.8	144.3	0.53
7	140	0.04	0.9	0.42	0.95	0.97	70.2	157.9	137.2	26.7	69.3	38.2	75.1	172.5	142.4	0.68
8	140	0.04	1.2	0.45	0.80	0.91	85.4	182.4	125.2	31.0	68.8	45.7	90.9	195.0	133.3	0.77
9	140	0.06	0.3	0.8	0.95	1.20	62.5	116.4	115.5	23.7	57.6	44.4	66.8	129.8	123.7	0.44
10	140	0.06	0.6	0.82	1.00	1.29	78.5	169.5	109.6	29.5	66.6	46.8	83.9	182.1	119.1	0.59
11	140	0.06	0.9	0.78	0.91	1.17	87.5	190.4	107.9	42.2	75.5	52.8	97.1	204.8	120.1	0.72
12	140	0.06	1.2	0.79	0.97	1.18	112.0	204.3	110.6	39.5	60.1	55.5	118.0	213.0	127.7	0.73
13	140	0.08	0.3	0.98	1.12	1.39	66.6	97.8	139.5	17.2	55.2	25.3	68.7	112.3	141.8	0.42
14	140	0.08	0.6	0.96	1.07	1.32	88.7	165.5	144.3	27.7	65.3	36.8	92.9	177.9	148.9	0.64
15	140	0.08	0.9	0.98	1.04	1.31	106.1	200.9	106.2	37.6	62.6	45.8	112.5	210.4	115.7	0.84
16	140	0.08	1.2	0.99	1.04	1.29	119.0	210.4	86.9	45.8	61.2	36.8	127.5	219.1	94.3	0.89
17	160	0.02	0.3	0.41	0.80	0.98	33.6	76.3	99.8	13.1	41.1	33.4	36.1	86.6	105.3	0.32
18	160	0.02	0.6	0.40	0.83	1.02	32.1	83.2	85.9	16.7	60.9	39.0	36.2	103.1	94.3	0.42
19	160	0.02	0.9	0.43	0.93	1.04	32.1	96.7	84.2	18.3	70.2	35.3	36.9	119.5	91.3	0.50
20	160	0.02	1.2	0.45	0.93	1.04	40.5	115.6	84.3	20.1	68.6	30.4	45.2	134.4	89.6	0.57
21	160	0.04	0.3	0.49	1.03	1.16	46.4	76.5	104.2	13.0	54.0	34.9	48.2	93.6	109.9	0.31
22	160	0.04	0.6	0.54	0.93	1.16	54.0	140.3	116.4	17.3	61.3	40.8	56.7	153.1	123.4	0.43
23	160	0.04	0.9	0.59	0.93	1.13	52.1	134.1	108.8	22.6	86.3	39.9	56.8	159.5	115.8	0.55
24	160	0.04	1.2	0.56	0.96	1.09	60.5	190.9	100.7	27.0	62.6	40.1	66.3	200.9	108.4	0.60
25	160	0.06	0.3	0.72	1.11	1.11	58.9	110.8	115.1	20.7	60.0	39.8	62.4	126.0	121.7	0.37
26	160	0.06	0.6	0.80	1.10	1.24	71.1	170.0	121.8	25.7	66.6	44.4	75.6	182.5	129.7	0.48
27	160	0.06	0.9	0.80	0.97	1.19	77.3	200.6	125.4	30.5	61.3	50.8	83.1	209.7	135.3	0.59
28	160	0.06	1.2	0.84	1.09	1.17	94.7	216.6	119.3	35.9	56.5	57.4	101.3	223.8	132.4	0.61

续表1

序号	v /($m \cdot min^{-1}$)	f_z /($mm \cdot z^{-1}$)	a_p /mm	R_a / μm	S_a / μm	S_q / μm	\bar{F}_x /N	\bar{F}_y /N	\bar{F}_z /N	σF_x /N	σF_y /N	σF_z /N	δF_x /N	δF_y /N	δF_z /N	A / $10^{-1}mm$
29	160	0.08	0.3	0.98	1.13	1.29	71.5	111.5	103.5	19.5	61.2	38.2	74.1	127.2	110.3	0.35
30	160	0.08	0.6	0.98	1.09	1.22	86.5	166.2	121.1	24.3	64.9	46.0	89.8	178.4	129.5	0.53
31	160	0.08	0.9	0.93	1.04	1.20	98.0	199.3	116.4	28.3	65.6	54.2	102.0	209.9	128.4	0.67
32	160	0.08	1.2	1.08	1.06	1.29	103	206.7	109.3	38.3	75.8	56.2	109.9	220.2	122.9	0.76
33	180	0.02	0.3	0.19	0.80	1.09	36.5	74.3	94.6	13.5	35.0	33.3	38.9	82.1	100.3	0.27
34	180	0.02	0.6	0.18	0.75	0.94	43.0	107.5	99.7	18.4	46.2	36.3	46.8	117.0	106.1	0.36
35	180	0.02	0.9	0.23	0.75	0.99	48.3	127.1	98.6	23.0	50.9	39.1	53.5	136.9	106.0	0.43
36	180	0.02	1.2	0.26	0.73	1.02	54.7	152.5	87.8	27.3	60.1	39.1	61.1	163.9	96.2	0.47
37	180	0.04	0.3	0.43	0.85	1.06	50.5	81.4	140.5	14.5	43.6	24.3	52.5	92.3	142.6	0.29
38	180	0.04	0.6	0.43	0.79	1.10	59.6	23.3	138.6	21.7	64.1	32.2	63.4	139.0	142.3	0.39
39	180	0.04	0.9	0.42	0.88	1.09	66.9	161.0	132.9	26.5	60.6	37.0	71.9	172.0	137.9	0.50
40	180	0.04	1.2	0.46	0.87	1.13	70.7	175.1	132.0	34.0	67.6	41.1	78.5	187.7	138.2	0.58
41	180	0.06	0.3	0.62	0.95	1.11	50.0	89.9	106.8	16.1	46.6	35.5	52.6	101.3	112.6	0.38
42	180	0.06	0.6	0.64	1.08	1.19	58.0	141.5	104.3	22.7	66.1	41.9	62.3	156.2	112.4	0.48
43	180	0.06	0.9	0.62	0.95	1.07	69.6	170.7	98.0	29.6	69.3	39.1	75.7	184.2	105.5	0.61
44	180	0.06	1.2	0.62	0.98	1.11	79.6	185.4	108.5	31.4	62.4	47.7	85.6	195.6	118.6	0.57
45	180	0.08	0.3	0.80	1.10	1.34	58.7	90.0	130.9	13.6	44.2	23.5	60.3	100.2	133.0	0.38
46	180	0.08	0.6	0.80	1.00	1.29	71.9	135.8	127.7	24.1	70.9	38.7	75.8	153.3	133.4	0.40
47	180	0.08	0.9	0.72	0.98	1.27	84.1	173.2	127.6	31.6	73.2	47.2	89.8	188.0	136.0	0.67
48	180	0.08	1.2	0.76	1.02	1.28	84.6	190.1	121.4	36.9	70.1	46.7	92.3	202.6	130.1	0.72
49	200	0.02	0.3	0.16	0.57	0.77	47.7	85.0	127.4	22.3	48.0	32.0	52.8	97.6	131.4	0.22
50	200	0.02	0.6	0.15	0.55	0.74	40.2	89.2	122.6	17.9	47.0	24.3	44.0	100.8	125.0	0.28
51	200	0.02	0.9	0.16	0.53	0.81	44.7	94.1	124.7	19.5	48.2	23.8	48.8	105.7	126.9	0.36
52	200	0.02	1.2	0.16	0.57	0.79	39.6	92.0	98.3	19.3	43.4	18.5	44.0	101.7	100.0	0.45
53	200	0.04	0.3	0.29	0.77	0.91	52.4	95.9	133.2	29.5	62.0	39.9	60.1	114.2	139.0	0.24
54	200	0.04	0.6	0.29	0.76	0.86	57.6	114.0	132.3	26.0	66.1	38.4	63.1	131.7	137.8	0.35
55	200	0.04	0.9	0.34	0.74	0.99	55.6	123.5	121.3	26.9	65.8	43.1	61.8	139.9	128.8	0.44
56	200	0.04	1.2	0.30	0.73	1.03	60.3	139.5	122.2	32.1	64.4	30.3	68.3	153.7	125.9	0.59
57	200	0.06	0.3	0.57	0.56	0.70	63.3	113.1	128.2	26.3	56.1	34.5	68.6	126.3	132.7	0.33
58	200	0.06	0.6	0.56	0.59	0.73	69.7	145.8	130.0	29.6	65.7	41.0	75.7	159.9	136.3	0.42
59	200	0.06	0.9	0.58	0.61	0.77	73.1	157.0	121.9	28.3	69.8	42.1	78.4	171.8	128.9	0.50
60	200	0.06	1.2	0.59	0.58	0.72	73.7	172.7	128.1	34.1	71.2	50.4	81.2	186.8	137.7	0.56
61	200	0.08	0.3	0.62	0.99	1.24	66.5	96.1	129.5	23.0	63.1	38.1	70.3	114.9	135.0	0.31
62	200	0.08	0.6	0.69	0.95	1.13	78.6	143.4	141.9	25.5	67.6	52.2	82.6	158.6	151.2	0.44
63	200	0.08	0.9	0.79	1.08	1.26	83.8	167.5	140.2	30.9	68.8	54.8	89.3	181.0	150.6	0.55
64	200	0.08	1.2	0.70	1.02	1.28	79.5	174.2	130.0	39.2	83.6	53.0	88.7	193.3	140.4	0.57

9293A 压电式测力仪,分别测量主切削力 F_x 、轴向力 F_z 和径向力 F_y ,分别处理后得到平均值 $\bar{F}_x, \bar{F}_z, \bar{F}_y$, 标准差 $\sigma F_x, \sigma F_z, \sigma F_y$, 均方根值 $\delta F_x, \delta F_y, \delta F_z$; 表面粗糙度通过 Olympus DSX500 光学数码显微镜观察并分别得到二维粗糙度 R_a (进给方向), 三维粗糙度平均值 S_a 和均方根值 S_q ; 主轴振动信号的采集使用 Kistler 8776A50 加速度传感器和 NI 9233 数据采集卡, 得到振幅 A , 加速度传感器胶粘在主轴座上。试验结果如表 1 所示。

Copula 函数

1 变量边缘分布函数的确定

为了确定各变量的分布函数,用正态分布、指数分布、Gamma 分布、Weibull 分布和 Cauchy 分布进行拟合。采用极大似然法^[13]估计每一种分布的未知参数,极大似然法求解过程为由总体分布导出样本的联合概率密度函数,然后把样本联合概率密度函数中的自变量看成已知常数,而把参数 θ 看作自变量,得到似然函数 $L(\theta)$; 求似然函数的最大值点(常转化为求对数似然函数的最大值点); 在最大值点的表达式中,用样本值代入即得到参数的极大似然估计值。

通过 AIC 准则^[14]来确定各变量的最优分布函数。AIC 准则其表达式为

$$AIC=2k+n\ln(ssr/n) \quad (1)$$

其中, k 是分布函数中的参数数量; n 是样本容量; ssr 是残差平方和。

AIC 值越小,表示对应的分布函数越能准确地描述变量之间的相互关系。数据计算采用软件 R3.4.3, 计算结果如表 2 所示。根据最小 AIC 值确定每个变量所服从的分布形式,如表 2 中下划线所示。可知,轴向力 \bar{F}_z 服从 Weibull 分布,径向力 σF_y 服从 Weibull 分布,轴向力 δF_z 服从 Gamma 分布,其他变量均服从 Normal 分布,相关分布参数 θ_1 和 θ_2

如表 3 所示。

为了进一步判定根据 AIC 准则所选出的变量分布形式是否为最优

分布,通过 Kolmogorov-Smirnov(KS) 检验法^[13]对每个变量分布形式进行检验。KS 检验法是比较样本实际频

表2 不同概率分布的AIC值

Table 2 AIC values of different probability distribution

变量	不同分布的 AIC 值				
	Normal	Exponential	Gamma	Weibull	Cauchy
\bar{F}_x	<u>428.31</u>	567.35	438.45	435.55	607.54
\bar{F}_y	<u>522.95</u>	654.44	530.67	531.61	886.84
\bar{F}_z	401.52	616.01	393.6	<u>390.89</u>	460.23
σF_x	<u>327.44</u>	415.78	328.84	334.38	501.23
σF_y	361.18	521.16	366.17	<u>329.38</u>	475.28
σF_z	<u>327.95</u>	513.70	330.62	331.43	587.81
δF_x	<u>438.02</u>	532.08	444.74	447.04	746.12
δF_y	<u>536.03</u>	610.90	543.67	542.29	626.05
δF_z	402.40	604.89	<u>398.53</u>	417.89	672.87
R_a	<u>-126.29</u>	-67.61	-112.13	-114.58	-13.65
S_a	<u>-197.46</u>	-28.56	-175.86	-173.04	-33.68
S_q	<u>-179.01</u>	54.82	-167.78	-168.69	-86.63
A	<u>-194.19</u>	-99.75	-183.29	-192.41	-55.56

表3 最优分布函数参数及KS检验

Table 3 Parameters of optimal distribution function and KS test

变量	最优分布形式	最优分布参数		KS 检验	
		参数 θ_1	参数 θ_2	D	P
\bar{F}_x	Normal	64.797	20.236	0.068	0.2
\bar{F}_y	Normal	138.414	42.416	0.098	0.2
\bar{F}_z	Weibull	9.150	124.238	0.078	0.803
σF_x	Normal	25.878	7.860	0.045	0.057
σF_y	Weibull	6.647	65.148	0.126	0.238
σF_z	Normal	39.931	8.664	0.062	0.073
δF_x	Normal	69.961	21.061	0.075	0.2
δF_y	Normal	151.731	41.813	0.094	0.2
δF_z	Gamma	43.467	0.351	0.116	0.33
R_a	Normal	0.574	0.247	0.088	0.2
S_a	Normal	0.891	0.164	0.092	0.2
S_q	Normal	1.082	0.247	0.084	0.2
A	Normal	0.496	0.150	0.085	0.2

注: 正态分布 θ_1 为均值, θ_2 为标准差; Weibull 分布 θ_1 为形状参数, θ_2 为比例参数; Gamma 分布 θ_1 为形状参数, θ_2 为尺度参数。

数分布 $f(x)$ 和理论频数分布 $g(x)$ 差异的检验方法,其原假设 H_0 : 样本数据频数分布和理论频数分布差异不大。 $D=\max|f(x)-g(x)|$, 当实际观察值 $D>D(n, \alpha)$ 时, 则拒绝原假设 H_0 , 否则接受原假设。 $D(n, \alpha)$ 是样本容量为 n , 显著水平 α 条件下 D 的临界拒绝值。通过 KS 检验法得到各变量 D 值及其伴随概率 P 值, 如表 3 所示。在显著水平为 0.05 时, $D(64, 0.05)=0.17$, 结合表 3, 每个变量的 D 值都 <0.17 并且伴随概率 P 值都 >0.05 , 因此就接受原假设, 即各个变量都服从以上所选出的最优分布形式。

2 Copula函数的参数估计和优选

在确定了各变量的边缘分布函数后, 就需要合理选择 Copula 函数类型来建立两变量之间的联合分布函数, 进而描述它们之间的相关结构。常见的 Copula 函数包括椭圆型 Copula 和阿基米德 Copula, 其中 Gaussian Copula、 t -Copula 和 Frank Copula 具有对称的分布结构, 而 Gumbel Copula 和 Clayton Copula 能够很好地反映变量间的尾部相关性。

为了能够更好地刻画变量之间的相互关系, 分别用以上 5 种 Copula

函数来拟合铣削力均值、均方根值、标准差和振幅这 4 个参数对二维表面粗糙度 R_a 、三维表面粗糙度 S_a 、 S_q 之间的相关结构形式, 并对待选的 Copula 函数中的未知参数采用极大似然法进行估计。为了能够得到反映变量间相关结构的最优 Copula 函数, 基于 AIC 准则和 L^2 距离最小值两种方法对 Copula 函数进行选择^[14]。

L^2 距离最小法, 设 $(x_i, y_i), i=1, 2, \dots, n$, 分别是变量 X, Y 的样本值, 那么定义经验 Copula 函数 \hat{C} 为

$$\hat{C}_n(u, v) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n I_{[F_n(x_i \leq u)]} I_{[G_n(y_i \leq v)]} \quad (2)$$

其中, $F_n(\cdot), G_n(\cdot)$ 分别代表变量 X, Y 的概率分布函数, I 是示性函数, 当 $F_n(x_i \leq u) \leq 1$ 时, $I=1$, 否则为 0。

L^2 距离最小法就是计算待选 Copula 函数和与之对应的经验 Copula 函数数据点的距离, 选最小 L^2 值对应的 Copula 函数为最优。

Copula 函数中未知参数的估计、AIC 值和 L^2 值的计算通过在软件 R3.4.3 和 MATLAB R2014b 编程实现, 计算结果如表 4 所示。

表 4 中带下划线的值为最小值,

根据 AIC 准则法和 L^2 距离最小法优选的结果是一致的。 $\bar{F}_y, \delta F_y$ 和 R_a 之间的相互关系选用 Gaussian Copula 函数来描述; σF_x 和 R_a 相互关系选用 t -Copula 函数来描述; $\bar{F}_z, \delta F_z, \sigma F_y$ 和 R_a 相关结构选用 Clayton Copula 函数来描述; $\bar{F}_x, \delta F_x, \sigma F_z, A$ 和 R_a 相关结构选用 Frank Copula 函数来刻画, 其建模参数如表 4 所示。

同样可以确定出与三维表面粗糙度 S_a, S_q 之间的最优 Copula 函数及参数, 如表 5 所示。

切削力与表面粗糙度相关性分析

1 整体相关性分析

为了分析比较各铣削力分量与表面粗糙度的整体相关性, 选用由 Copula 函数导出的 Kendall 秩相关系数 τ 作为评价指标。由 Kendall 秩相关系数 τ 与 Copula 函数的关系式^[11-12]

$$\tau = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) d(u, v) - 1 \quad (3)$$

可以计算得到样本秩相关系数 τ_{obs} 值, 如表 6 所示。

对 Kendall 秩相关系数 τ 进行假设检验^[15], 假设 $H_0: \tau=0, H_1: \tau \neq 0$, 如

表4 AIC值和 L^2 值
Table 4 AIC and L^2 values

变量	Gaussian Copula		t -Copula		Gumbel Copula		Clayton Copula		Frank Copula		最优 Copula 函数参数
	d^2	AIC	d^2	AIC	d^2	AIC	d^2	AIC	d^2	AIC	
\bar{F}_x-R_a	0.0890	-46.17	0.0878	-45.17	0.1245	-44.8362	0.1592	-25.50	<u>0.0793</u>	<u>-47.07</u>	$a=6.6701$
\bar{F}_y-R_a	<u>0.1081</u>	<u>-22.18</u>	0.1114	-20.18	0.1328	-21.87	0.1095	-12.02	0.1099	-20.89	$\rho=0.5692$
\bar{F}_z-R_a	0.1341	1.53	0.1356	3.53	0.1380	1.85	<u>0.1278</u>	<u>0.94</u>	0.1322	1.85	$a=0.1755$
δF_x-R_a	0.0863	-41.96	0.0850	-40.94	0.1219	-40.43	0.1549	-23.15	<u>0.0783</u>	<u>-42.07</u>	$a=6.1319$
δF_y-R_a	<u>0.0876</u>	<u>-22.19</u>	0.0902	-20.19	0.1088	-21.94	0.0898	-11.94	0.0913	-21.02	$\rho=0.5746$
δF_z-R_a	0.1141	0.73	0.1147	2.73	0.1215	1.76	<u>0.0992</u>	<u>-0.26</u>	0.1126	0.83	$a=0.2720$
σF_x-R_a	0.0792	-6.41	<u>0.0784</u>	<u>-7.40</u>	0.0982	-7.13	0.0951	-1.16	0.0826	-6.72	$\rho=0.4153, v=4.67E+06$
σF_y-R_a	0.1791	-7.60	0.1795	-5.46	0.1900	-2.83	<u>0.1555</u>	<u>-8.88</u>	0.1783	-5.91	$a=0.5839$
σF_z-R_a	0.1124	-18.97	0.1085	-14.61	0.1266	-17.68	0.1230	-16.24	<u>0.0904</u>	<u>-19.91</u>	$a=4.2045$
$A-R_a$	0.0721	-13.96	0.0706	-13.30	0.0877	-12.23	0.0698	-14.50	<u>0.0694</u>	<u>-14.77</u>	$a=3.2288$

原假设成立,则

$$\sigma_{H_0}(\tau) = \sqrt{2(2n+5)/9n(n-1)} \quad (4)$$

$$\tau_{\text{obs}}/\sigma_{H_0}(\tau) \sim N(0, 1) \quad (5)$$

其中, n 为样本容量。

在显著水平为 0.05 时, 原假设 $H_0(\tau=0)$ 的临界域为 $|\tau_{\text{obs}}/\sigma_{H_0}(\tau)| > \lambda_{\alpha/2} = 1.645$, 计算可得, $\sigma_{H_0}(\tau) = 0.0856$ 对应的 $\tau_{\text{obs}}/\sigma_{H_0}(\tau)$ 值如表 7 所示(其中, 不带 * 号的值落在原假设 H_0 的临界域, 拒绝原假设而接受备择假设, 两者相关; 带 * 号的值, 反之亦然, 接受原假设, 两者不相关)。

由表 6 可知, 主切削力平均值 \bar{F}_x 、主切削力均方根 δF_x 和轴向力标准差 σF_z , 与粗糙度的秩相关系数较大, 有着极强的相关性; 轴向力均值

\bar{F}_z 、轴向力均方根 δF_z 与粗糙度的秩相关系数很小, 相关性很小; 径向力均值 \bar{F}_y 和轴向力均方根 δF_x 的秩相关系数接近, 有一定的相关性, 而主切削力标准差 σF_x 和轴向力标准差 σF_y 秩相关系数接近, 比轴向力标准差 σF_z 的秩相关系数小, 有一定的相关性。影响粗糙度的因素一方面来自于几何方面, 如刀具角度、进给量等; 另一方面来自于切削过程中的物理化学特性, 这两个方面同时也影响了切削力。切削力和粗糙度是对同一切削过程不同角度的表述, 因而两者之间应有很强相关性。

铣削力由静态部分和动态两部分组成, 切削力均值体现静态部分, 标准差值体现动态部分, 均方根值体现了动态和静态的综合。铣削力由主切削力、径向力和轴向力^[16]3 个分量组成, 其中主切削力和径向力主要影响材料剪切滑移为主的塑性变形, 塑性变形越大, 其最后断裂点位置变化越大, 导致残留高度不同, 粗糙度越大, 其中主切削力远大于径向力, 因此主切削力均值和粗糙度的相关性大于径向力均值的。轴向力均值对材料塑性变形影响甚小, 相关性较低。

表5 变量与 S_a 、 S_q 之间的 Copula 函数及参数
Table 5 Copula function and parameter between variables and S_a , S_q

变量-粗糙度	Copula 函数	参数
\bar{F}_x-S_a	Frank Copula	$\alpha=3.2594$
\bar{F}_y-S_a	Clayton Copula	$\alpha=0.3435$
\bar{F}_z-S_a	Frank Copula	$\alpha=-0.2932$
δF_x-S_a	Frank Copula	$\alpha=2.9978$
δF_y-S_a	Clayton Copula	$\alpha=0.3534$
δF_z-S_a	Clayton Copula	$\alpha=1.15E-06$
σF_x-S_a	Gaussian Copula	$\rho=0.1497$
σF_y-S_a	Clayton Copula	$\alpha=0.2565$
σF_z-S_a	Clayton Copula	$\alpha=0.5169$
$A-S_a$	Clayton	$\alpha=0.5089$
\bar{F}_x-S_q	Frank Copula	$\alpha=3.3885$
\bar{F}_y-S_q	Frank Copula	$\alpha=2.2049$
\bar{F}_z-S_q	Frank Copula	$\alpha=-0.2165$
δF_x-S_q	Frank Copula	$\alpha=4.1568$
δF_y-S_q	Frank Copula	$\alpha=2.2880$
δF_z-S_q	Clayton Copula	$\alpha=1.45E-06$
σF_x-S_q	Gumbel Copula	$\alpha=1.1564$
σF_y-S_q	Clayton Copula	$\alpha=0.1777$
σF_z-S_q	Frank Copula	$\alpha=2.6253$
$A-S_q$	Frank Copula	$\alpha=2.2934$

表6 Kendall秩相关系数 τ_{obs} 值
Table 6 Kendall rank correlation coefficient τ_{obs}

参数	R_a	S_a	S_q
\bar{F}_x	0.5473	0.3295	0.3402
\bar{F}_y	0.3855	0.1466	0.234
\bar{F}_z	0.0807	-0.0326	-0.024
δF_x	0.521	0.3071	0.4208
δF_y	0.3897	0.1502	0.242
δF_z	0.119	7.25E-07	6.37E-07
σF_x	0.2759	0.0957	0.1352
σF_y	0.226	0.1137	0.0816
σF_z	0.4031	0.2054	0.2737
A	0.4275	0.3028	0.3487

表7 $\tau_{\text{obs}}/\sigma_{H_0}(\tau)$ 比值
Table 7 $\tau_{\text{obs}}/\sigma_{H_0}(\tau)$ value

参数	R_a	S_a	S_q
\bar{F}_x	6.3924	3.8485	3.9735
\bar{F}_y	4.5026	1.7123	2.7331
\bar{F}_z	0.9426*	-0.3808*	-0.2803*
δF_x	6.0852	3.5869	4.9149
δF_y	4.5517	1.7543	2.8265
δF_z	1.3899*	8.47E-06*	7.44E-06*
σF_x	3.2225	1.1178*	1.5791*
σF_y	2.6397	1.3280*	0.9531*
σF_z	4.7082	2.3991	3.1968
A	4.9932	3.5367	4.0728

铣削力中的动态部分远小于静态部分,因此铣削力均方根值与粗糙度的相关性和铣削力均值的基本一致,而主切削力标准差 σF_x 和径向力标准差 σF_y 与粗糙度相关性低。但是,轴向力标准差 σF_z 体现了轴向力的变化,此变化使得轴向切削深度发生变化,从而加工表面残留高度相差较大,使得粗糙度增大,因此与粗糙度的相关性大于主切削力标准差 σF_x 和径向力标准差 σF_y 的。

铣削力与二维线粗糙度的相关性高于三维面粗糙度的。在铣削试验过程中,采用的是顺铣方式,二维线粗糙度测量是平行于进给方向,取5条样本线,每条样本线彼此非常相似,而垂直于进给方向则不同,样本线之间差异较大,因而在取样面积内与三维面粗糙度之间的相关性小于线粗糙度。

铣削力与三维表面粗糙度 S_q 的秩相关系数基本上大于 S_a 的,分析原因可能是 S_q 是工件三维表面高度的均方根值,更能综合反映切削力的变化,其相关性更高。

主轴振动与表面粗糙度的 Kendall 秩相关系数,从表6可知,振

幅 A 与 R_a 相关性最大,与 S_q 相关性次之,与 S_a 相关性最小。铣削是断续切削,铣削力的冲击和变化造成了主轴振动,而其他原因引起的主轴振动相对较小,因此主轴振动与表面粗糙度的相关性和主切削力 F_x 与表面粗糙度的相关基本一致。

2 尾部相关性分析

Copula 函数不仅能够从整体上揭示变量之间的相关结构,同时 Gumbel Copula 函数和 Clayton Copula 函数还能分别揭示变量之间的上尾和下尾的相关性大小。而在工件的加工过程中,由于刀具的严重磨损和工件材料的不均匀等不可控因素的影响,切削力、振动和表面粗糙度的值都会出现极端情况。

为了更好的描述复杂变量之间的相关性时,可采用混合 Copula 函数^[12-13],表达式为

$$C^M(u_1, u_2, \dots, u_n; \theta) = \sum_{i=1}^d \omega_i C_i(u_1, u_2, \dots, u_n; \theta_i) \quad (6)$$

式中, $\omega_i \geq 0, i=1, 2, \dots, d$, 表示权重系数,且 $\sum_{i=1}^d \omega_i = 1$, C_i 表示 Copula 函数。

将 Gumbel Copula 和 Clayton Copula 函数线性组合成一个混合 Copula 函数分别拟合两变量的样本参数,在软件 R3.4.3 中编程得到混合函数中两种 Copula 函数的权重系数和建模参数,如表8所示。尾部相关性系数的计算公式^[11-12],上尾相关系数

$$\lambda_u = \lim_{q \rightarrow 1^-} P(Y > F_2^{-1}(q) | X > F_1^{-1}(q)) = \lim_{q \rightarrow 1^-} \frac{C(1-q, 1-q)}{1-q} \quad (7)$$

下尾相关系数

$$\lambda_l = \lim_{q \rightarrow 0^+} P(Y \leq F_2^{-1}(q) | X \leq F_1^{-1}(q)) = \lim_{q \rightarrow 0^+} \frac{C(q, q)}{q} \quad (8)$$

式中, q 表示分位数; $F_1^{-1}(\cdot)$ 和 $F_2^{-1}(\cdot)$ 表示随机变量 X, Y 分布函数的逆函数。 λ_u 和 λ_l 在区间 $(0, 1]$ 内,其值趋近于0时,表示变量 X, Y 尾部相关程度很小或者独立;当 λ_u 和 λ_l 取值大于0时,表示变量 X, Y 尾部相关。

计算得到变量之间的上尾和下尾相关系数,如表9所示。表9中 q 表现在不同概率条件下的计算尾部相关系数大小, q 取0.01和0.02表示得到下尾相关系数, q 取0.98和

表8 混合Copula函数的权重系数和建模参数

Table 8 Weight coefficient and modeling parameters of mixed-Copula

表面粗糙度	变量	\bar{F}_x	\bar{F}_y	\bar{F}_z	δF_x	δF_y	δF_z	σF_x	σF_y	σF	A
R_a	ω_1	0.28	0.308	0.992	0.309	0.269	0.996	0.307	0.357	0.572	0.348
	θ_1	1.4925	0.6144	0.174	1.2796	0.5983	0.2683	0.4212	0.595	0.5601	0.9908
	ω_2	0.72	0.692	0.008	0.691	0.731	0.004	0.693	0.643	0.428	0.652
	θ_2	2.3092	1.7809	1	2.0053	1.5117	1	1.2364	1.3187	1.0844	1.5488
S_a	ω_1	0.344	0.402	0.889	0.318	0.37	0.78	0.42	0.491	0.732	0.451
	θ_1	0.7252	0.0939	0.2148	0.5558	0.0452	0.3589	0.0278	0.2318	0.5856	0.5024
	ω_2	0.656	0.598	0.111	0.682	0.63	0.22	0.58	0.509	0.268	0.549
	θ_2	1.4136	1.338	1.0121	1.3878	1.3956	1.0893	1.1298	1.3389	1.1445	1.5488
S_q	ω_1	0.336	0.42	0.878	0.297	0.399	0.846	0.404	0.468	0.921	0.413
	θ_1	1.2046	0.526	0.1037	0.9175	0.0873	0.3873	0.0223	0.0082	0.2692	0.5376
	ω_2	0.664	0.58	0.122	0.703	0.601	0.154	0.596	0.532	0.079	0.587
	θ_2	1.4326	1.3942	1.0757	1.402	1.4883	1.1246	1.1678	1.41	61.191	1.3242

表9 切削力与表面粗糙度的尾部相关系数
Table 9 Tail-dependence coefficient of resultant cutting force and surface roughness

表面粗糙度	q	$\lambda(\bar{F}_x)$	$\lambda(\bar{F}_y)$	$\lambda(\bar{F}_z)$	$\lambda(\delta F_x)$	$\lambda(F_y)$	$\lambda(\delta F_z)$	$\lambda(\sigma F_x)$	$\lambda(\sigma F_y)$	$\lambda(\sigma F_z)$	$\lambda(A)$
R_a	0.01	0.18	0.0945	0.0795	0.1571	0.0891	0.1349	0.0599	0.1155	0.1336	0.1738
	0.02	0.175	0.097	0.0988	0.1573	0.0917	0.154	0.0623	0.1247	0.1336	0.1747
	0.98	0.7175	0.6551	0.0078	0.6858	0.6241	0.0039	0.5822	0.542	0.2185	0.6446
	0.99	0.7149	0.6586	0.0079	0.6884	0.6276	0.004	0.5876	0.5427	0.2233	0.6483
S_a	0.01	0.1364	0.0225	0.0919	0.0981	0.008	0.1497	0.0081	0.0557	0.2376	0.1256
	0.02	0.1386	0.0231	0.1094	0.1015	0.013	0.1629	0.0141	0.0653	0.2449	0.1312
	0.98	0.6477	0.5899	0.1088	0.6731	0.6219	0.2126	0.5702	0.5021	0.2635	0.5428
	0.99	0.6518	0.5912	0.1099	0.6776	0.6259	0.218	0.5751	0.5055	0.2658	0.5459
S_q	0.01	0.1893	0.0103	0.0394	0.1406	0.0151	0.1772	0.0062	0.0055	0.1254	0.1232
	0.02	0.1897	0.0164	0.0547	0.1417	0.0217	0.1908	0.0111	0.0106	0.143	0.1279
	0.98	0.6557	0.5725	0.1198	0.694	0.5933	0.1514	0.5863	0.5252	0.079	0.5789
	0.99	0.6599	0.5763	0.1209	0.6985	0.5972	0.1527	0.5912	0.5286	0.079	0.583

0.99 得到上尾相关系数。

从表 9 中可以看出, 切削力、振动和表面粗糙度的尾部相关结构并非对称的, 并且其下尾相关系数非常小, 即当切削力或者振动幅度非常小时, 它们的变化对表面粗糙度的影响较小; 但是其上尾相关系数均大于 0.5, 即当切削力或者振动急速增大, 那么此时表面粗糙度也会相应地迅速变大。与其他切削分力相比, 轴向力 F_z 和表面粗糙度的下尾和上尾相关系数都较小, 即轴向力不论在极大或者极小的情况下对表面粗糙度的影响都很小。同时, 主切削力 F_x 和表面粗糙度的上尾相关系数相较于其他切削分力是最大的, 这与整体相关性表现一致。振动和表面粗糙度的下尾相关系数较小, 而与 R_a 的上尾相关系数最大, 与 S_q 的上尾相关系数次之, 与 S_a 的上尾相关系数最小。

结论

(1) 主切削力平均值 \bar{F}_x 、均方根 δF_x 和轴向力标准差 σF_z , 与粗糙度

有着较强的整体相关性; 径向力均值 \bar{F}_y 及均方根 δF_x , 与粗糙度有一定的相关性。

(2) 主切削力标准差 σF_x 和轴向力标准差 σF_y , 与粗糙度相关性低; 轴向力均值 \bar{F}_z 及均方根 δF_z , 与粗糙度几乎不相关。

(3) 切削力 3 个分量与二维线粗糙度 R_a 的相关性高于三维面粗糙度的。其中, 与三维表面粗糙度 S_q 的相关性高于 S_a 的。

(4) 切削力三个分量和二维 / 三维表面粗糙度的上尾相关程度远高于下尾的。其中, 主切削力 F_x 的上尾相关系数最大, 轴向力 F_z 的上尾和下尾相关性都较小。

(5) 振动与表面粗糙度的整体和局部相关性, 和主切削力 F_x 与表面粗糙度的相关性趋势一致。

参考文献

[1] 刘献礼, 刘强, 岳彩旭, 等. 切削过程中的智能技术[J]. 机械工程学报, 2018, 54(16): 45-61.

LIU Xianli, LIU Qing, YUE Caixu, et al. Intelligent machining technology in cutting process[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(16): 45-61.

[2] LAURO C H, BRANDAO L C, BALDO D, et al. Monitoring and processing signal applied in machining processes a review[J]. Measurement, 2014, 58(58): 73-86.

[3] LU X H, HU X C, JIA Z Y, et al. Model for the prediction of 3D surface topography and surface roughness in micro-milling Inconel 718[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2018, 94(5-8): 2043-2056.

[4] ARAPOĞLU R A, SOFUOĞLU M A, ORAK S. An ANN-based method to predict surface roughness in turning operations[J]. Arabian Journal for Sciences and Engineering, 2017, 42(5): 1929-1940.

[5] MIA M, DHAR N R. Modeling of surface roughness using RSM, FL and SA in dry hard turning[J]. Arabian Journal for Science and Engineering, 2018, 43(3): 1125-1136.

[6] SEKULIC M, PEJIC V, Brezocnik M, et al. Prediction of surface roughness in the ball-end milling process using response surface

- methodology, genetic algorithms, and grey wolf optimizer algorithm[J]. *Advances in Production Engineering & Management*, 2018, 13(1): 118–130.
- [7] ARRIANDIAGA A, PORTILLO E, SÁNCHEZ JA, et al. Recurrent ANN-based modelling of the dynamic evolution of the surface roughness in grinding[J]. *Neural Computing & Applications*, 2017, 28(6): 1293–1307.
- [8] SVALINA I, ŠIMUNOVIC G, ŠARIC T, et al. Evolutionary neuro-fuzzy system for surface roughness evaluation[J]. *Applied Soft Computing*, 2017, 52: 593–604.
- [9] MAHER I, ELTAIB M E H. Cutting force-based adaptive neuro-fuzzy approach for accurate surface roughness prediction in end milling operation for intelligent machining[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 2015, 76(5): 1–9.
- [10] 裴宏杰, 李公安, 付坤鹏, 等. 基于 Copula 函数的切削力与表面粗糙度的相关性[J]. *江苏大学学报(自然科学版)*, 2018, 39(2): 174–178.
- PEI Hongjie, LI Gongan, FU Kunpeng, et al. Correlation between cutting force and surface roughness based on Copula function[J]. *Journal of Jiangsu University (Natural Science Edition)*, 2018, 39(2): 174–178.
- [11] JAWORSKI P, DURANTE F, HÄRDLE W K, et al. Copula theory and its applications[M]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 2010.
- [12] DURANTE F, SEMPI C. Principles of Copula theory[M]. Boca Raton: CRC Press, 2015.
- [13] DEGROOT M H, SCHERVISH M J. Probability and statistics[M]. 4th ed. Boston: Pearson Education, 2012.
- [14] 吴建华, 王新军, 张颖. 相关性分析中 Copula 函数的选择[J]. *统计研究*, 2014, 31(10): 99–107.
- WU Jianhua, WANG Xinjun, ZHANG Ying. The choice of the Copula function in the correlation analysis[J]. *Statistical Research*, 2014, 31(10): 99–107.
- [15] 朱永生. 实验数据分析(下册)[M]. 北京: 科学出版社, 2012.
- ZHU Yongsheng. Experimental data analysis (Second Volume)[M]. Beijing: Science Press, 2012.
- [16] SHAW M C. Metal cutting principles[M]. 2nd ed. New York: Oxford University Press, 2005.
- 通讯作者: 裴宏杰, E-mail: hjpei@ujs.edu.cn。

Correlation Between Milling Force, Vibration and Surface Roughness Based on Copula Function

PEI Hongjie, CHEN Yuying, LI Gongan, LIU Chengshi, WANG Guicheng

(School of Mechanical Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

[ABSTRACT] To explore the relationship between cutting force, vibration and surface roughness is of great significance to predict surface roughness. In this paper, the 64 all-factor experiments of milling 45 steel were conducted with the control variable method of three factors and four levels of cutting speed v , feed per tooth f_z and cutting depth a_p . The main cutting force, axial force, radial force and vibration were measured on line, and the corresponding average value, standard deviation and RMS values of cutting force were obtained. At the same time, the two-dimensional surface roughness R_a , three-dimensional roughness average S_a and RMS S_q were measured off-line. Then five distribution functions such as Normal distribution, Exponential distribution, Gamma distribution, Weibull distribution and Cauchy distribution were used to fit the sample data. The optimal distribution function was determined by AIC criteria, and the unknown parameters were estimated by maximum likelihood method. The five Copula functions such as Gaussian Copula, t -Copula, Frank Copula, Gumbel Copula, and Clayton Copula were used to fit the related structural forms between milling force, vibration, and roughness, and the optimal Copula function was selected according to the AIC criteria and the parameters are determined. Deriving from the optimal Copula function, the Kendall rank correlation coefficient τ was chosen as the evaluation index to analyze and compared the overall relativity between milling force and surface roughness. A mixed Copula function was constructed to analyze the tail correlation between milling force and surface roughness.

Keywords: Copula function; Milling force; Vibration; Surface roughness; Precision machining; Relevance; Minimum quantity lubrication

(责编 古系)