

引文格式:金贺荣,孙中锐,韩雪艳,等.飞航舱段薄壁筒件装配误差分析与调控[J].航空制造技术,2025,68(18):104-113,132.

JIN Herong, SUN Zhongrui, HAN Xueyan, et al. Assembly error analysis and control of thin-walled cylindrical parts in flight section of aircraft[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2025, 68(18): 104-113, 132.

# 飞航舱段薄壁筒件装配误差分析与调控\*

金贺荣<sup>1</sup>,孙中锐<sup>1</sup>,韩雪艳<sup>2</sup>,曹子晨<sup>2</sup>,宜亚丽<sup>2</sup>

(1.燕山大学机械工程学院,秦皇岛 066004;

2.燕山大学工程训练中心,秦皇岛 066004)

[摘要] 飞航舱段薄壁筒件的装配精度受多维度因素影响,其中几何误差作为装配偏差的初始来源,直接影响装配链的误差传递与累积特性,是系统性误差建模与调控的基础。本文提出一种基于小位移旋量的薄壁筒件装配误差分析方法。通过小位移旋量理论对薄壁筒件关键特征的形位公差进行数学建模,结合齐次变换理论对装配偏差进行表征,建立了薄壁筒件装配误差传递模型。采用蒙特卡洛方法,综合数值计算与仿真分析手段对薄壁筒件装配阶差合格率进行计算与验证,结果显示,仿真分析得到的合格率与理论计算结果仅相差 1.25%,验证了模型的有效性。通过调控关键装配特征公差,将薄壁筒件装配合格率从 90.90% 提升至 99.90%。所提出的理论方法为工程人员的公差设计提供了可靠的理论依据和实践参考。

关键词:公差建模;齐次变换;薄壁筒件;蒙特卡洛;装配阶差

中图分类号:V264.2

文献标志码:A

DOI: 10.16080/j.issn1671-833x.2025.18.104



金贺荣

教授,主要研究方向为航空飞行器装配技术。

在飞航装备生产过程中,随着装配过程的进行,误差不断传递、持续累积,到最后阶段,误差累积过多可

能会致使薄壁筒件无法进行装配,严重影响飞航装备的生产效率。无论手工或自动化装配,筒件装配偏差大、质量一致性差的根源在于零件在制造过程中产生的几何误差,这些误差相互作用,使得薄壁筒件装配难以达到高精度要求,因此需要对薄壁筒件进行返修处理或强迫装配,将严重制约生产效率的提升<sup>[1]</sup>。作为装配偏差的初始来源,几何误差直接影响装配链的误差传递与累积特性,是系统性误差建模与调控的基础。基于零件几何误差的调控无需依赖复杂工艺改造,且具备成本低、见效快、单件产品成本可控的优势。

在公差建模分析方面,目前采取的方法主要包括小位移旋量法(SDT)和齐次坐标变换法。位跃东等<sup>[2]</sup>基于 SDT 模型进行枪械抛壳机构的装

配公差参数化建模,求解出公差变动要素的实际变动区间,通过齐次坐标变换矩阵进行公差累加分析,结合蒙特卡洛法得到抛壳机构装配精度的分析模型。吴兆强<sup>[3]</sup>对 SDT 的公差建模方法展开研究,在装配路径上,借助齐次坐标变换方法,求解出装配体尺寸链中封闭环相对于全局坐标的变动情况。Asante<sup>[4]</sup>运用 SDT 参数呈现累计误差,通过求解公差模型得到零件加工特征的边界。Jeevanantham 等<sup>[5]</sup>运用矩阵模型的公差分析手段,针对零件个别特征的几何和尺寸公差引发的装配偏差进行建模。王炳炎等<sup>[6]</sup>运用 SDT 公差建模方法,对浮动式核电站反应堆装卸料的导向定位误差加以分析与优化。Peng 等<sup>[7]</sup>基于 SDT 理论,构建了几何特征变化的公差带模型,

\* 基金项目:装备预先研究共用技术项目(920722MS)。

以及配合件间因复杂并联接头引发装配变化的旋量模型。Cui 等<sup>[8]</sup>采用 SDT 理论表述大型零件特征的协调位姿变化,并建立了由几何约束组成的不等式。Sun 等<sup>[9]</sup>运用齐次坐标变换理论,搭建航空发动机多级高压转子偏差传播分析模型,用以预测各级的累计误差。Hu 等<sup>[10]</sup>基于改进后的齐次坐标变换方法,构建了长边焊接平台焊点误差模型。Armillotta<sup>[11]</sup>考虑到尺寸链和几何公差的标准定义,建立了涵盖灵敏度系数的约束优化方法。高航等<sup>[12]</sup>以某舵体销轴压装为例,分析了装配定位误差并提出自为基准自动化装配方法,然后进行了试验验证。付静静等<sup>[13]</sup>针对飞行器减速板装配问题,构建了偏差传递模型与仿真模型,对公差进行优化,提升了装配成功率。毛喆等<sup>[14]</sup>基于航天器产品装配过程对测量工艺的实际需求,针对性地提出一种用于构建面向航天器装配测量工艺模型的方法,并在典型航天器部件的装配工艺中得到了应用验证。

上述公差分析方法对误差在空间内的传递进行了描述。在公差分析领域,蒙特卡洛法在处理三维公差分析问题时应用更为广泛,并且更贴合实际生产场景<sup>[15]</sup>。该方法可对由多个随机变量组成的线性和非线性尺寸链进行运算,显著提高运算效率。He 等<sup>[16]</sup>在进行公差建模时,考虑到形状误差与真实加工特征的关联,针对处理成本和精度性能的权衡问题,提出一种基于蒙特卡洛模拟的统计公差分配方法,以此应对功能需求估算存在的不确定性。陈训刚等<sup>[17]</sup>借助拉丁超立方采样法,对控制棒驱动线的尺寸公差进行采样,随后采用蒙特卡洛模拟展开分析。Dantan 等<sup>[18]</sup>针对复杂系统在不确定条件下的情况,提出一种基于蒙特卡洛模拟的公差分配方法。张艳玲等<sup>[19]</sup>推导了飞行器质心偏差理论公式,分析了穷举法、蒙特卡洛法和

最优化法,通过实例对比分析得到各方法的特点。尽管现有研究在公差建模与误差传递分析方面取得了显著进展,但仍存在一些不足,传统方法多针对简单装配体或单一误差源,对薄壁筒件多自由度几何误差(平面度、垂直度、位置度)的耦合传递缺乏系统性建模,导致复杂装配链的误差耦合机制不明确;此外,上述研究中公差调控策略的针对性不足,未基于敏感度分析识别关键控制点,导致优化效率低下。

针对上述问题,面向薄壁筒件装配过程中因几何误差导致的阶差超限、质量离散度高等问题,本文提出一种装配误差传递的建模与调控方法,基于小位移旋量方法,对薄壁筒件关键特征误差进行数学建模,基于齐次变换理论对薄壁筒件装配偏差进行表征与修正,利用仿真分析方法对薄壁筒件装配阶差合格率进行模拟,并分析上述误差在薄壁筒件装配链中的累积过程,根据阶差影响因素权重,从而对筒件装配特征公差进行调控。

## 1 薄壁筒件形位公差建模及分析

为满足高速飞行和远程续航需求,飞航飞行器大量采用薄壁、轻量化结构,使得装配过程的难度增大;同时,为保证良好的气动性能,飞行器表面形状精度要求极高,须严格控制关键部位的形状误差。公差建模是确保飞行器零部件装配精度和性能的关键环节,合理的公差建模方法能够在保证飞行器功能实现的前提下,降低生产成本、提高生产效率。图1为某飞航装备薄壁筒件的装配示意图,各筒件之间采用一面两销的方式进行装配,装配顺序为:先将1号筒件与2号筒件装配对接,再将3号筒件与4号筒件装配对接,因制造误差的影响及装配过程中各筒件装配误差的累积,最后装配2号筒件与3号筒件时的装配阶差较大,影响薄壁筒件的整体性能。由图1可知,在薄壁筒件的装配特征位置,需要针对其对接面设置平面度公差要求、对接面相对于筒件轴线的垂直度公差要求、

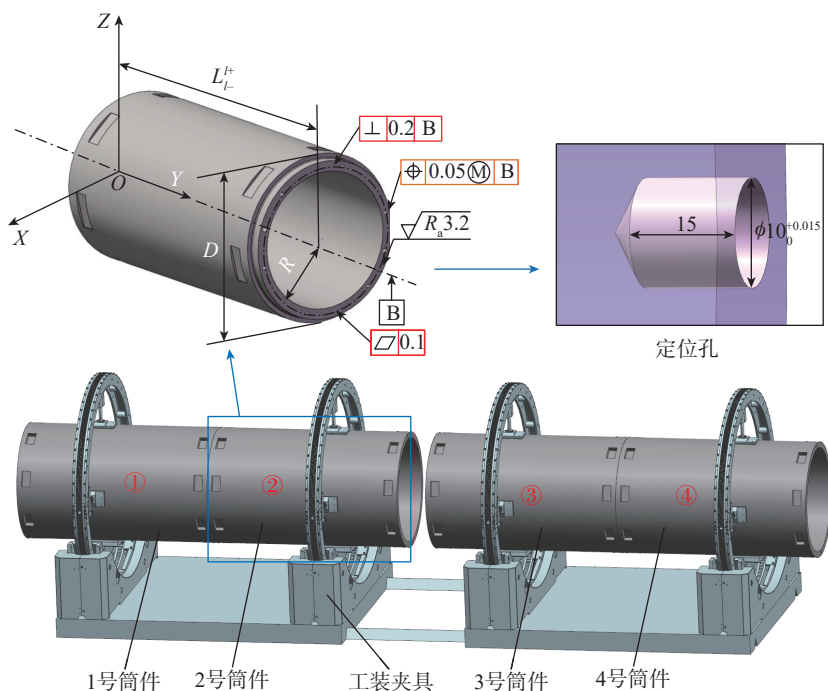


图1 薄壁筒件的装配示意图 (mm)

Fig.1 Assembly schematic diagram of thin-walled cylindrical parts (mm)

销孔的位置度公差要求,以此对对接平面装配特征的几何误差加以约束。上述特征在其公差带内的变动具有随机性,需要采用数学方法进行建模与分析,以1、2号筒件的装配对接过程为例,理想对接平面基准坐标系  $O$  定义如下:连接薄壁筒件理想对接平面上两销孔的理论正确轴线为  $X$  轴,以筒件的理想对接平面为基准平面,沿筒件轴线方向为  $Y$  轴,垂直于  $X$  与  $Y$  轴建立  $Z$  轴。

1.1 垂直度公差建模及分析

薄壁筒件端部对接平面对其轴线的垂直度公差带为间距等于公差值  $T_c$  且垂直于基准轴线的两平行平面所限定的区域。图2所示为薄壁筒件端部对接平面在其垂直度公差带  $T_c$  内的变动情况。其中,  $S_a$  为薄壁筒件实际对接平面,  $S_n$  为薄壁筒件理想对接平面,  $\alpha_c$  为绕  $X$  轴的旋转角,  $\beta$  为绕  $Y$  轴的旋转角,  $\gamma_c$  为绕  $Z$  轴的旋转角,  $\omega$  为沿  $Y$  轴的位移,  $D$  为薄壁筒件外径,  $L_l^h$  为薄壁筒件长度。坐标系  $O$  为理想对接平面的基准坐标系,坐标系  $O'$  为实际对接平面的坐标系。尽管薄壁筒件实际对接平面  $S_a$  沿坐标系  $O$  的  $X$  轴和  $Z$  轴方向平移、绕  $Y$  轴方向转动时,并未超出垂直度公差带,但该平面沿  $Y$  轴方向平移,以及绕  $X$  轴、 $Z$  轴方向旋转时,会超出垂直度公差带,因此利用小位移旋量表征薄壁筒件端部对接平面与轴线间垂直度在上述公差带内的变动,即

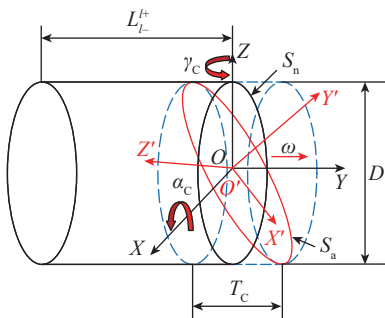


图2 筒件端部对接平面在  $T_c$  内的变动  
Fig.2 Variation of butt-joint plane of the cylindrical part within  $T_c$

$$T_c = \begin{pmatrix} \Delta\alpha_c & 0 \\ 0 & \Delta v_c \\ \Delta\gamma_c & 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中,  $\Delta\alpha_c$ 、 $\Delta\gamma_c$  为小位移旋量中旋转矢量在理想平面坐标系  $O$  中沿  $X$  轴、 $Y$  轴的投影;  $\Delta v_c$  为小位移旋量中平移矢量在理想平面坐标系  $O$  中沿  $Y$  轴的投影。

在实际平面和理想平面之间建立相应的局部坐标体系,将小位移旋量转换成齐次坐标矩阵,用于表示理想几何要素中点集的空间运动。根据坐标变换理论,当实际平面坐标系围绕理想平面坐标系的轴分别进行旋转时,相应的旋转矩阵如表1所示。

如图2所示,在垂直度公差带  $T_c$  中,几何特征上任意一点所在的平面可视理想对接平面绕  $X$  轴、 $Z$  轴旋转了  $\alpha_c$  角与  $\gamma_c$  角,由于公差变动属于小位移情况,因此认为  $\alpha_c \rightarrow 0$ ,  $\gamma_c \rightarrow 0$ ,且  $\alpha_c\gamma_c$  为高阶无穷小,可表示为

$$\lim_{\substack{\alpha_c \rightarrow 0 \\ \gamma_c \rightarrow 0}} R_{xz} = \lim_{\substack{\alpha_c \rightarrow 0 \\ \gamma_c \rightarrow 0}} R_x(\alpha_c) \cdot R_z(\gamma_c) = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_c & 0 \\ \gamma_c & 1 & -\alpha_c \\ 0 & \alpha_c & 1 \end{pmatrix} = T_c^R \quad (2)$$

式中,  $R_{xz}$ 、 $R_x$ 、 $R_z$  分别为绕  $X$  与  $Z$  轴的复合旋转矩阵、绕  $X$  轴的单轴旋转矩阵及绕  $Z$  轴的单轴旋转矩阵;  $T_c^R$  为忽略高阶无穷小后得到的垂直度公差带复合旋转矩阵。

设  $P' = (x', y', z')^T$  为垂直度公差带  $T_c$  中几何特征上的任意一点(所在坐标系为  $X'-Y'-Z'$ ),  $P = (x, y, z)^T$  为垂直度公差带  $T_c$  中实际平面上的任一点,此处  $y=0$ ,可用齐次坐标变换矩阵表示为

$$P' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = T_c P = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_c & 0 & 0 \\ \gamma_c & 1 & -\alpha_c & v_c \\ 0 & \alpha_c & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \gamma_c x - \alpha_c z + v_c \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

图3所示为垂直度公差带  $T_c$  在  $YOZ$  平面内的投影,在垂直度公差带约束条件下,薄壁筒件轴线旋转角度被限制在一个以筒件外径为直径、高度为垂直度公差值一半的圆柱形区域内,根据几何关系及对称关系,推导出垂直度旋转角度参数应满足的约束条件为

$$\lim_{\alpha_c \rightarrow 0} \tan \alpha_c = \alpha_c, \alpha_c \in \left[ -\frac{T_c}{D_{\min}}, \frac{T_c}{D_{\min}} \right] \quad (4)$$

$$\lim_{\gamma_c \rightarrow 0} \tan \gamma_c = \gamma_c, \gamma_c \in \left[ -\frac{T_c}{D_{\min}}, \frac{T_c}{D_{\min}} \right] \quad (5)$$

式中,  $D_{\min}$  为薄壁圆筒的最小外径尺寸。

综合上述分析结果,对垂直度公差模型的约束条件进行总结,得到其参数约束条件为

$$\begin{cases} -\frac{T_c}{2} \leq \gamma_c x - \alpha_c z + v_c \leq \frac{T_c}{2} \\ -\frac{T_c}{D_{\min}} \leq \alpha_c \leq \frac{T_c}{D_{\min}} \\ -\frac{T_c}{D_{\min}} \leq \gamma_c \leq \frac{T_c}{D_{\min}} \\ -\frac{T_c}{2} \leq v_c \leq \frac{T_c}{2} \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $(\alpha_c, \beta_c, \gamma_c)^T$  为实际对接平面相对于理想对接平面基准坐标系三

表1 旋转矩阵  
Table 1 Rotation matrix

名称	绕 $X$ 轴旋转 $\alpha$ 角	绕 $Y$ 轴旋转 $\beta$ 角	绕 $Z$ 轴旋转 $\gamma$ 角
旋转矩阵	$R_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}$	$R_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}$	$R_z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

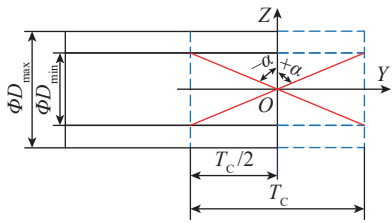


图3  $T_c$  在  $YOZ$  平面内的投影  
Fig.3 Projection of  $T_c$  in the  $YOZ$  plane

轴的转角;  $(u_c, v_c, w_c)^T$  为实际对接平面相对于理想对接平面基准坐标系三轴的位移。

### 1.2 带有最大实体要求的位置度公差建模及分析

薄壁筒件端面定位销孔轴线的公差带为直径等于公差值  $T_w$  的圆柱面所限定的区域,该圆柱面轴线的理论正确位置由销孔基准轴线及理论正确尺寸  $R$  所确定。图4所示为薄壁筒件端面定位销孔轴线在  $T_w$  内的变动情况。其中,  $H_n$  为理想定位销孔直径,  $H_a$  为实际定位销孔直径,坐标系  $O_d$  为相对于理想定位销孔的基准坐标系。定位销孔直径的可变动范围由直径公差界定,  $H^+$  和  $H^-$  分别为直径可变动范围的上限值和下限值,定位销孔轴线可变动范围由位置度公差  $T_w$  所限定。

定位销孔轴线沿着  $Y$  轴方向移动及绕  $Y$  轴方向转动不会超出位置度公差带,但沿着  $X$  轴或  $Z$  轴方向平移,以及绕  $X$  轴和  $Z$  轴旋转均会导致超出位置度公差带,利用小位移旋量表示定位销孔轴线在  $T_w$  内的变动,即

$$T_w = \begin{pmatrix} \Delta\alpha_w & \Delta u_w \\ 0 & 0 \\ \Delta\gamma_w & \Delta w_w \end{pmatrix} \quad (7)$$

式中,  $\Delta\alpha_w, \Delta\gamma_w$  为小位移旋量中旋转矢量在坐标系  $O_d$  中沿  $X, Y$  轴的投影;  $\Delta u_w, \Delta w_w$  分别为小位移旋量中平移矢量在坐标系  $O_d$  中沿  $X, Y$  轴的投影。在位置度公差带  $T_w$  中,几何特征上任意一点所在的轴线可视为分别绕  $X$  轴、 $Z$  轴旋转了  $\alpha_w$  角、 $\gamma_w$  角。结合表1,将位置度公差带  $T_w$

表示为坐标旋转矩阵,即

$$\lim_{\substack{\alpha_w \rightarrow 0 \\ \gamma_w \rightarrow 0}} R_{xz} = \lim_{\substack{\alpha_w \rightarrow 0 \\ \gamma_w \rightarrow 0}} R_x(\alpha_w) \cdot R_z(\gamma_w) = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w \\ 0 & \alpha_w & 1 \end{pmatrix} = T_w^R \quad (8)$$

式中,  $T_w^R$  为忽略高阶无穷小后得到的位置度公差带复合旋转矩阵。

设  $P' = (x', y', z')^T$  为位置度公差带  $T_w$  中几何特征上的任意一点,  $P = (x, y, z)^T$  为位置度公差带  $T_w$  中实际轴线上的任意一点,此处  $y=0$ ,此位置度用于限制定位销孔的轴线位置。由于最大实体要求被应用于定位销孔的轴线(被测要素),从几何角度出发,在最大实体要求下,须考虑尺寸和形位公差之间的补偿关系,因此,只要孔的轴线位置度满足要求(即轴线处于规定的公差圆柱范围内),则圆柱母线超出位置度公差带在一定程度上是被允许的,所以有

$$P' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = T_w P = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 & u_w \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w & 0 \\ 0 & \alpha_w & 1 & w_w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x + u_w \\ \gamma_w x - \alpha_w z \\ z + w_w \\ 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

式中,  $(\alpha_w, \beta_w, \gamma_w)^T$  为实际定位销孔轴线相对于理想定位销孔轴线基准坐标系三轴的旋转角度;  $(u_w, v_w, w_w)^T$  为实际定位销孔轴线相对于理想定位销孔轴线基准坐标系三轴的位移。

图5为位置度公差带  $T_w$  在  $YO_dZ$  平面内的投影,在位置度公差带的约束条件下,定位销孔轴线旋转角度被限制在一个以位置度公差为直径、高度等于定位销孔深度的圆柱形区域内,根据几何关系及对称关系,推导出定位销孔位置度旋转角度参数应满足的约束条件为

$$\lim_{\alpha_w \rightarrow 0} \tan \alpha_w = \alpha_w, \alpha_w \in \left[ -\frac{\phi_l}{2l}, \frac{\phi_l}{2l} \right] \quad (10)$$

$$\lim_{\gamma_w \rightarrow 0} \tan \gamma_w = \gamma_w, \gamma_w \in \left[ -\frac{\phi_l}{2l}, \frac{\phi_l}{2l} \right] \quad (11)$$

式中,  $\phi_l$  为位置度公差值;  $l$  为定位销孔深度。

综合上述分析结果,对定位销孔轴线位置度公差模型的约束条件进行总结,得到其参数约束条件为

$$\begin{cases} -\frac{\phi_l}{2l} \leq \alpha_w \leq \frac{\phi_l}{2l} \\ -\frac{\phi_l}{2l} \leq \gamma_w \leq \frac{\phi_l}{2l} \\ 0 \leq \gamma_w x - \alpha_w z \leq l \\ -\frac{\phi_l}{2} \leq z + w_w \leq \frac{\phi_l}{2} \end{cases} \quad (12)$$

由于坐标系  $O_d$  相对于坐标系  $O$  沿  $X$  轴偏移了  $R$ ,因此,将位置度误差的齐次变换矩阵统一到坐标系  $O$  上,则有

$$T_w = T_{wd} \cdot T = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 & u_w \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w & 0 \\ 0 & \alpha_w & 1 & w_w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & R \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 & u_w + R \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w & R\gamma_w \\ 0 & \alpha_w & 1 & w_w \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

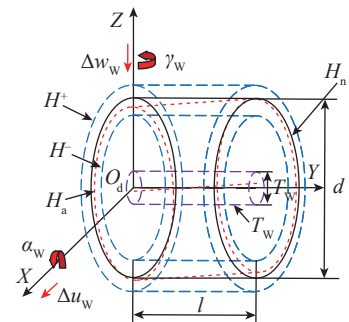


图4 销孔轴线在  $T_w$  内的变动  
Fig.4 Variation of pin-hole axis within  $T_w$

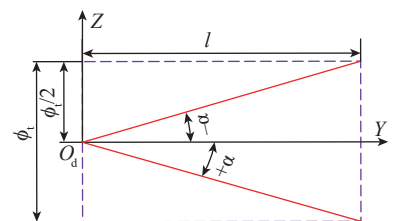


图5  $T_w$  在  $YO_dZ$  平面内的投影  
Fig.5 Projection of  $T_w$  in the  $YO_dZ$  plane

### 1.3 平面度公差建模及分析

薄壁筒件端面的平面度公差带为间距等于公差值  $T_p$  的两平行平面所限定的区域。图 6 所示为薄壁筒件端面对接平面在平面度公差带  $T_p$  内的变动情况。

尽管薄壁筒件实际对接平面  $S_a$  沿坐标系  $O$  的  $X$  轴和  $Z$  轴方向平移, 以及绕  $Y$  轴方向转动时并未超出垂直度公差带, 但沿  $Y$  轴方向的平移及绕  $X$  轴、 $Z$  轴方向的旋转会超出垂直度公差带, 利用小位移旋量对薄壁筒件端面对接平面在平面度公差带内的变动进行表征, 即

$$T_p = \begin{pmatrix} \Delta\alpha_p & 0 \\ 0 & \Delta\gamma_p \\ \Delta\gamma_p & 0 \end{pmatrix} \quad (14)$$

式中,  $\Delta\alpha_p$ 、 $\Delta\gamma_p$  为小位移旋量中旋转矢量在理想平面坐标系  $O'$  中沿  $X'$ 、 $Y'$  轴的投影;  $\Delta\gamma_p$  为小位移旋量中平移矢量在理想平面坐标系  $O'$  中沿  $Z'$  轴的投影。

在位置度公差带  $T_p$  中, 几何特征上任意一点所在的平面可视为绕  $X$  轴、 $Z$  轴旋转了  $\alpha_p$  角与  $\gamma_p$  角, 结合表 1, 将位置度公差带  $T_p$  表示为坐标旋转矩阵, 即

$$\lim_{\substack{\alpha_p \rightarrow 0 \\ \gamma_p \rightarrow 0}} R_{xz} = \lim_{\substack{\alpha_p \rightarrow 0 \\ \gamma_p \rightarrow 0}} R_x(\alpha_p) \cdot R_z(\gamma_p) = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_p & 0 \\ \gamma_p & 1 & -\alpha_p \\ 0 & \alpha_p & 1 \end{pmatrix} = T_p^R \quad (15)$$

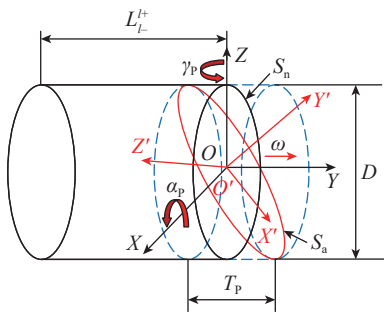


图 6 筒件端面对接平面在  $T_p$  内的变动情况

Fig.6 Variation of butt-joint plane of the cylindrical part within  $T_p$

式中,  $T_p^R$  为忽略高阶无穷小后得到的平面公差带复合旋转矩阵。

设  $P' = (x', y', z')^T$  为平面度公差带  $T_p$  中几何特征上的任意一点,  $P = (x, y, z)^T$  为平面度公差带  $T_p$  中实际平面上的任意一点, 此处  $y=0$ , 则有

$$P' = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{pmatrix} = T_p P = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_p & 0 & 0 \\ \gamma_p & 1 & -\alpha_p & v_p \\ 0 & \alpha_p & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ 0 \\ z \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ \gamma_p x - \alpha_p z + v_p \\ z \\ 1 \end{pmatrix} \quad (16)$$

式中,  $(\alpha_p, \beta_p, \gamma_p)^T$  为实际对接平面相对于理想对接平面基准坐标系三轴的转角;  $(u_p, v_p, w_p)^T$  为实际对接平面相对于理想对接平面基准坐标系三轴的位移。

图 7 为平面度公差带  $T_p$  在  $YOZ$  平面内的投影, 在平面度公差带的约束条件下, 薄壁筒件端面对接平面轴线旋转角度被限制在 1 个以筒件外径为直径、高度等于一半平面度公差值的圆柱形区域内, 根据几何关系及对称关系, 推导出薄壁筒件端面对接特征平面度公差的角度参数应满足的约束条件为

$$\lim_{\alpha_p \rightarrow 0} \tan \alpha_p = \alpha_p, \alpha_p \in \left[ -\frac{T_p}{D_{\min}}, \frac{T_p}{D_{\min}} \right] \quad (17)$$

$$\lim_{\gamma_p \rightarrow 0} \tan \gamma_p = \gamma_p, \gamma_p \in \left[ -\frac{T_p}{D_{\min}}, \frac{T_p}{D_{\min}} \right] \quad (18)$$

综合上述分析结果, 对薄壁筒件

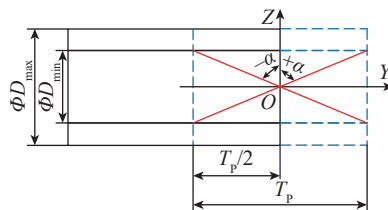


图 7  $T_p$  在  $YOZ$  平面内的投影

Fig.7 Projection of  $T_p$  within the  $YOZ$  plane

端面对接特征平面度公差模型的约束条件进行总结, 得到其参数的约束条件为

$$\begin{cases} -\frac{T_p}{2} \leq \gamma_p x - \alpha_p z + v_p \leq \frac{T_p}{2} \\ \frac{T_p}{D_{\min}} \leq \alpha_p \leq \frac{T_p}{D_{\min}} \\ \frac{T_p}{D_{\min}} \leq \gamma_p \leq \frac{T_p}{D_{\min}} \\ -\frac{T_p}{2} \leq v_p \leq \frac{T_p}{2} \end{cases} \quad (19)$$

## 2 薄壁筒件装配误差传递模型建立及分析

### 2.1 薄壁筒件装配偏差建模

当两筒件进行装配时, 其端面对接平面因装配关系而紧密贴合形成接触面, 偏差可在此面上传递, 进而形成筒件装配偏差传递链。根据薄壁筒件装配流程(图 1), 2 号与 3 号筒件最后开始装配对接, 整个装配过程中最大测量阶差产生于此对接环节。设薄壁筒件装配体接触面误差传递属性以误差齐次变换矩阵表示 ( $A$  为装配零件,  $B$  为装配基准件), 以 1 号筒件为基准输入元件, 2、4 号筒件为装配过程元件, 3 号筒件为精度输出元件, 绘制如图 8 所示的薄壁筒件装配误差传递路线图(其中, 1、2、3、4 为各筒件,  $XA$ 、 $XB$ 、 $XC$  为圆柱销,  $Xa$ 、 $Xb$ 、 $Xc$  为削边销)。

以  $I(1A)[1, 0, 1, 1, 0, 1]$  为例,  $I(1A)$  为 1 号筒件与  $XA$  号圆柱销的装配误差传递路径,  $[1, 0, 1, 1, 0, 1]$  是由误差传递属性  $M = (\theta, D) = (\alpha, \beta, \gamma, u, v, w)$  转换为 2 进制数得到的表示方法, 0 代表该方向上自由度未被限制, 1 代表该方向上自由度被限制。从图 8 可以看出, 筒件装配误差传递路线中, 因筒件端面对接特征相互配合, 进而形成了串联与并联装配链, 将各筒件简化为圆柱体, 第  $i$  ( $i=1, 2, 3$ ) 号筒件左端面所在平面定义为基准面。理想状态下, 各个筒件为标准空心圆柱体, 左右两端面的圆

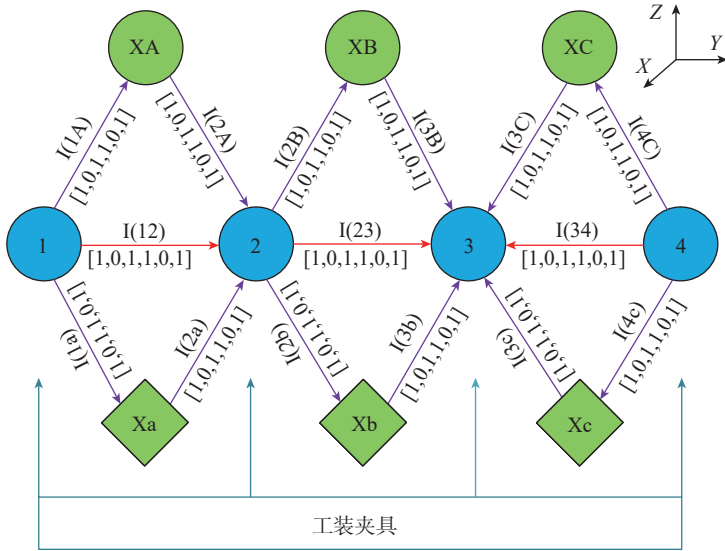


图8 薄壁筒件装配误差传递路线图

Fig.8 Error transmission route diagram of thin-walled cylindrical part assembly

心连线垂直于参考面。但实际加工时,筒件配合面存在加工误差,表现为相对参考面的圆心偏移和端面倾斜,即薄壁筒件对接配合面的位置误差与方向误差。首先考虑位置误差,基于齐次变换矩阵构造位置误差的齐次变换矩阵  $T_{WZ}$  为

$$T_{WZ} = \begin{pmatrix} E & A + \Delta A \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (20)$$

式中,  $E$  为单位矩阵;  $\mathbf{0}$  为 0 向量;  $A = (a, b, c)^T$  为尺寸特征向量;  $\Delta A = (\Delta x, \Delta y, \Delta z)^T$  为特征尺寸沿  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  轴的位置误差。

其次构建方向误差的齐次变换矩阵  $T_{FX}$  为

$$T_{FX} = \begin{pmatrix} \Delta R & \mathbf{0} \\ \mathbf{0}^T & \mathbf{1} \end{pmatrix} \quad (21)$$

式中,  $\Delta R$  为装配特征形位公差方向的齐次变换矩阵。

最终,总体装配特征装配误差的齐次变换矩阵  $T_{ZP}$  可表示为

$$T_{ZP} = T_{WZ} \cdot T_{FX} \quad (22)$$

### 2.1.1 面面配合装配误差齐次变换矩阵计算

两筒件的端部平面对接装配过程如图9所示,  $i$  ( $i=1, 2, 3$ )号筒件右端面所在平面定义为基准面。在

基准面上建立笛卡尔坐标系,筒件右端面的圆心定义为坐标原点。

当装配过程存在位置误差与方向误差时,  $(i+1)$ 号筒件左端面圆心沿着  $X$  轴、 $Z$  轴方向分别偏移  $\Delta x$  与  $\Delta z$  (位置误差),绕  $X$  轴、 $Z$  轴方向分别旋转  $\theta_x$  与  $\theta_z$  (方向误差),该过程属于小位移过程,两筒件端部平面对接装配时的装配误差齐次变换矩阵  $T_{ZPm}^{i, i+1}$  为

$$T_{ZPm}^{i, i+1} = T_{WZm}^{i, i+1} \cdot T_{FXm}^{i, i+1} = \begin{pmatrix} 1 - \gamma_p \gamma_c & -\gamma_p - \gamma_c & \gamma_p \alpha_c & \Delta x_{12} \\ \gamma_p + \gamma_c & 1 - \gamma_p \gamma_c - \alpha_p \alpha_c & -\alpha_p - \alpha_c & l' + \Delta y_{12} \\ \alpha_p \alpha_c & \alpha_p + \alpha_c & 1 - \alpha_p \alpha_c & \Delta z_{12} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

式中,  $l'$  为筒件长度;  $\Delta x_{12}$ 、 $\Delta y_{12}$ 、 $\Delta z_{12}$  分别为面面配合时筒件实际对接平面沿基坐标系  $X$ 、 $Y$ 、 $Z$  轴的位置误差。

$\Delta R_m^{i, i+1}$  为筒件实际对接装配过程中,面面配合综合形位公差方向的齐次变换矩阵。在装配刚开始时,平面度首先起作用,决定了两个面能否初步贴合及贴合的均匀程度,是后续装配精度的基础条件。如果平面度太差,可能导致后续的垂直度测量和调整失去意义,因为在不平整的面上难以准确评估垂直度。当平面度基本满足要求后,垂直度误差会直接导

致定位不准确和姿态偏差,影响整个装配体与其他部件的配合精度,此时垂直度是影响装配精度的主要因素,因此  $\Delta R_m^{i, i+1}$  的计算方法为

$$\Delta R_m^{i, i+1} = T_p^R \cdot T_c^R = \begin{pmatrix} 1 - \gamma_p \gamma_c & -\gamma_p - \gamma_c & \gamma_p \alpha_c \\ \gamma_p + \gamma_c & 1 - \gamma_p \gamma_c - \alpha_p \alpha_c & -\alpha_p - \alpha_c \\ \alpha_p \alpha_c & \alpha_p + \alpha_c & 1 - \alpha_p \alpha_c \end{pmatrix} \quad (24)$$

### 2.1.2 销孔销轴配合装配误差齐次变换矩阵计算

(1) 圆柱销与销孔配合装配误差齐次变换矩阵。

圆柱销与销孔对接装配过程如图10所示,其中,  $d$  为圆柱销直径。  $i$  号筒件右端面销孔所在平面定义为基准面。在基准面上建立笛卡尔坐标系,销孔圆心定义为坐标原点。

由图10可知,当定位销与销孔存在位置误差与方向误差时,由于间

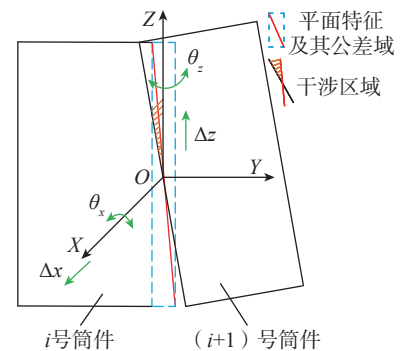


图9 两筒件的端部平面对接装配过程示意图

Fig.9 Schematic diagram of butt-joint assembly process of the end planes of two cylindrical parts

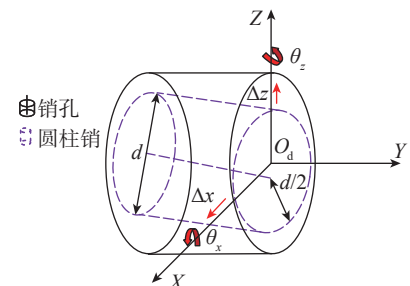


图10 圆柱销与销孔对接装配过程示意图  
Fig.10 Schematic diagram of the butt-joint assembly process of cylindrical pin and pin hole

隙配合,定位销轴线沿着  $X$  轴、 $Z$  轴方向分别偏移  $\Delta x$  与  $\Delta z$  (位置误差),定位销轴线绕  $X$  轴、 $Z$  轴方向分别旋转  $\theta_x$  与  $\theta_z$  (方向误差),该过程属于小位移过程,筒件的圆柱销轴与销孔装配时的装配误差齐次变换矩阵  $T_{ZPd}^{ia}$  为

$$T_{ZPd}^{ia} = T_{WZ}^{ia} \cdot T_{FX}^{ia} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 & \frac{d}{2} + \Delta x_{ia} \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w & 0 \\ 0 & \alpha_w & 1 & \frac{d}{2} + \Delta z_{ia} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (25)$$

式中,  $\Delta x_{ia}$ 、 $\Delta z_{ia}$  分别为圆柱销轴线沿基坐标系  $X$ 、 $Z$  轴的位置误差。

$\Delta R^{ia}$  为筒件实际对接装配过程中,圆柱销与销孔配合的综合形位公差齐次变换方向矩阵。该过程是确定装配体位置和姿态的环节,而通过定位销进行定位操作时,销孔位置度误差会直接影响定位准确性,此时位置度是影响装配精度的主要因素,因此  $\Delta R^{ia}$  的计算方法为

$$\Delta R^{ia} = T_W^R = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w \\ 0 & \alpha_w & 1 \end{pmatrix} \quad (26)$$

由于坐标系  $O_d$  相对于坐标系  $O$  沿  $X$  轴偏移了  $R$ ,因此通过坐标转换矩阵,将位置度误差齐次变换矩阵  $T_{ZPd}^{ia}$  统一到坐标系  $O$  上,得到相对于坐标系  $O$  的位置度误差齐次变换矩阵  $T_{ZP}^{ia}$ ,即

$$T_{ZP}^{ia} = T_{ZPd}^{ia} \cdot T = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 & \frac{d}{2} + \Delta x_{ia} \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w & 0 \\ 0 & \alpha_w & 1 & \frac{d}{2} + \Delta z_{ia} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & R \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 & R + \frac{d}{2} + \Delta x_{ia} \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w & R\gamma_w \\ 0 & \alpha_w & 1 & \frac{d}{2} + \Delta z_{ia} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (27)$$

(2) 削边销与销孔配合装配误差齐次变换矩阵。

削边销与销孔对接装配过程如图 11 所示,筒件右端面销孔所在平面定义为基准面。在参考面上建立笛卡尔坐标系,销孔圆心定义为坐标原点,在两销轴连线方向上,削边销起着关键作用。

由于削边销的形状特点,削边部分使得在两销轴连线方向上存在一定间隙,当与之配合的孔在该方向出现尺寸偏差(比如孔间距与理想值有差异)时,削边销能够通过在这个方向上的微量移动实现与孔的顺利装配。当削边销与销孔存在位置误差与方向误差时,由于间隙配合,设削边销轴线沿着  $X$  轴方向偏移  $\Delta x$  (位置误差),定位销轴线绕  $X$  轴、 $Z$  轴方向分别旋转  $\theta_x$  与  $\theta_z$  (方向误差),由于该过程属于小位移过程,因此,筒件的削边销与销孔装配时的装配误差齐次变换矩阵  $T_{ZPd}^{ia}$  为

$$T_{ZPd}^{ia} = T_{WZ}^{ia} \cdot T_{FX}^{ia} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 & 0 \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w & 0 \\ 0 & \alpha_w & 1 & \frac{d'}{2} + \Delta z_{ia} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (28)$$

式中,  $d'$  为削边销直径;  $\Delta z_{ia}$  为削边销轴线沿基坐标系  $Z$  轴的位置误差。

$\Delta R^{ia}$  为筒件实际对接装配过程中,削边销与销孔配合综合形位公差的齐次变换方向矩阵,其计算式为

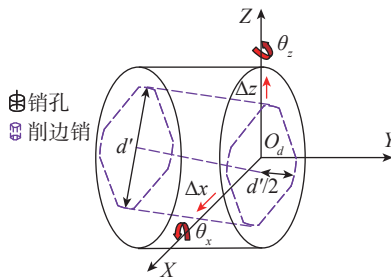


图 11 削边销与销孔对接装配过程示意图  
Fig.11 Schematic diagram of the butt-joint assembly process of diamond-shaped pin and pin hole

$$\Delta R^{ia} = T_W^R = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w \\ 0 & \alpha_w & 1 \end{pmatrix} \quad (29)$$

式中,  $T_W^R$  为忽略高阶无穷小后得到的位置度公差带复合旋转矩阵。

由于坐标系  $O_d$  相对于坐标系  $O$  沿  $X$  轴偏移了  $R$ ,因此通过坐标转换矩阵,将位置度误差齐次变换矩阵  $T_{ZPd}^{ia}$  统一到坐标系  $O$  上,得到相对于坐标系  $O$  的位置度误差齐次变换矩阵  $T_{ZP}^{ia}$ ,即

$$T_{ZP}^{ia} = T_{ZPd}^{ia} \cdot T = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 & 0 \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w & 0 \\ 0 & \alpha_w & 1 & \frac{d'}{2} + \Delta z_{ia} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & R \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -\gamma_w & 0 & R \\ \gamma_w & 1 & -\alpha_w & R\gamma_w \\ 0 & \alpha_w & 1 & \frac{d'}{2} + \Delta z_{ia} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (30)$$

## 2.2 薄壁筒件装配误差齐次变换矩阵

在装配过程中,筒件之间采用一面两销的定位方式。面配合作为装配初始基准,其平面度误差将直接影响装配体位置姿态;圆柱销用于确定平面位置、约束旋转自由度,与销孔的配合精度决定位置精度。在面配合和圆柱销配合确定基本位置姿态后,削边销用于补偿因孔间距制造误差等因素引起的定位偏差。

假设 1 号筒件与 2 号筒件在面面装配对接过程中的初始安装过程调整顺利,对接位置完全正确,则筒件之间不存在位置误差及方向误差,即有

$$\Delta A^{12} = 0, \Delta R^{12} = 0 \quad (31)$$

根据前文所述薄壁筒件装配流程,2 号筒件与 3 号筒件最后进行装配对接,且装配过程中出现的最大测量阶差由 2 号筒件与 3 号筒件装配对接而产生,因此当 3 号筒件与 2 号筒

件上的定位孔、定位销顺利完成装配对接时,薄壁筒件装配成功。对2号筒件相对于3号筒件的装配偏差进行分析,依照实际装配方式得到2、3号筒件的装配误差齐次变换矩阵为

$$\mathbf{T}_{2 \rightarrow 3} = \mathbf{T}_{ZPm}^{2,3} \cdot \mathbf{T}_{ZP}^{B3} \cdot \mathbf{T}_{ZP}^{b3} = \begin{pmatrix} \mathbf{R} & \mathbf{t} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (32)$$

式中,  $\mathbf{T}_{ZPm}^{2,3}$  为2、3号筒件面面对接的装配误差齐次变换矩阵;  $\mathbf{T}_{ZP}^{B3}$  为圆柱销与销孔的装配误差齐次变换矩阵;  $\mathbf{T}_{ZP}^{b3}$  为削边销与销孔的装配误差齐次变换矩阵;  $\mathbf{R}$  为旋转矩阵;  $\mathbf{t}$  为平移向量。

### 3 薄壁筒件装配阶差计算及阶差调控

#### 3.1 基于蒙特卡洛方法的薄壁筒件装配阶差计算

蒙特卡洛模拟是一种基于数理统计理论进行指标概率分布评价的数值模拟方法,通过大量随机抽样来逼近问题的真实值,极大提高公差分析效率,当迭代次数在5000次以上时,可以得到明显的分布。3DCS (3DCS variation analyst) 是一款专业的三维公差分析软件,将3DCS软件与蒙特卡洛模拟仿真进行结合,不仅验证了理论模型的正确性,还通过复杂薄壁筒件装配场景的实例拓展了此方法在工程实践中的适用范围。

##### 3.1.1 基于MATLAB的蒙特卡洛装配阶差计算

上述薄壁筒件装配误差齐次变换矩阵可拆解为旋转矩阵  $\mathbf{R}^{3 \times 3}$  和平移向量  $\mathbf{t} = (t_x, t_y, t_z)^T$ 。对于阶差  $H$ , 平移向量中的3个分量分别表示在3个坐标轴方向上的平移量。在对接装配中,主要关注与筒件轴向和径向相关的平移。由于筒件轴向为  $Y$  轴,则分量  $t_x$  和  $t_y$  的变化及两薄壁筒件间的直径尺寸差值  $\Delta D$  将共同影响两筒件的阶差,因此两筒件的阶差可表示为

表2 薄壁筒件的装配特征公差参数  
Table 2 Tolerance parameters of assembly features for thin-walled cylindrical parts

零件	特征	公差类型	公差值/mm
1~4号薄壁筒件	端部对接平面	平面度	0.1
		垂直度	0.2
	销孔1	位置度	$\phi 0.05$ 最大实体要求
		尺寸公差	$\phi 10_0^{+0.022}$
	销孔2	位置度	$\phi 0.05$ 最大实体要求
		尺寸公差	$\phi 10_0^{+0.022}$
	筒件外径	尺寸公差	$\phi 320 \pm 0.05$

$$H = \sqrt{t_x^2 + t_y^2} + \Delta D \quad (33)$$

利用MATLAB编程软件,依照表2所示的装配特征公差参数,按正态分布生成参数样本,设置各个参数的样本空间为8000,从各个样本中进行随机抽样,依次代入筒件阶差表达式。

利用MATLAB计算出的概率分布图对计算结果进行统计分析,得到3号筒件与2号筒件阶差  $H$  分布区间的统计结果。如图12所示,阶差  $H$  呈现均值为319.99996,标准差为0.02384的正态分布,其分布区间为[319.92, 320.08],阶差  $H$  在合格区间[319.96, 320.04]以内的概率为89.65%。

##### 3.1.2 基于3DCS的蒙特卡洛装配阶差计算

设定样本容量  $N=8000$ , 利用3DCS软件进行蒙特卡洛模拟得到的阶差数据呈正态分布,测量两筒件轴线的偏移位移即为装配阶差,分析得到2号筒件轴线相对于3号筒件轴线的阶差  $H$  分布区间统计结果,如图13所示。阶差  $H$  呈现均值为320.00003,方差为0.01334的正态分布,分布区间为[319.92, 320.08],阶差  $H$  在合格区间[319.96, 320.04]内的概率为90.90%。当置信度为95%时,阶差  $H$  的分布区间为[319.99944, 320.00048],置信区间相对较窄,阶差数据稳定,表明基于8000次采样数据得到的均值估算具有较高的可靠

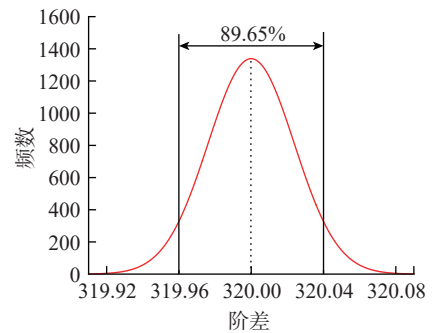


图12 MATLAB计算的  $H$  分布区间统计结果

Fig.12 Statistical results of distribution intervals of  $H$  calculated by MATLAB

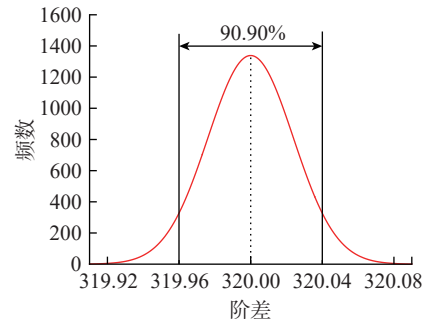


图13 3DCS仿真所得  $H$  分布区间统计结果

Fig.13 Statistical results of distribution intervals of  $H$  simulated by 3DCS

性,且与MATLAB计算的概率结果吻合程度良好。理论计算所得合格区间概率(89.65%)与仿真分析所得合格区间概率(90.90%)相差1.25%,计算误差为1.39%,验证了理论分析过程的正确性。上述结果表明,初始公差约束条件下,装配阶差合格率较低,不能很好地满足现场装配需求。

### 3.2 薄壁筒件装配阶差调控

基于3DCS仿真结果中的误差贡献比例,绘制图14所示的误差权重统计图,可以看出,在初始公差条件约束下,定位销孔的尺寸公差对2、3号筒件的装配阶差起主导作用,定位销孔位置度对装配阶差的影响次之。由于筒件长度尺寸相较于对接特征尺寸较大,因此在装配对接的初始阶段,会使初始对接位置产生偏移,而对接平面与基准轴线的垂直度对装配阶差的影响相对较弱,由于2号筒件是基准零件,因此2号筒件对接平面的垂直度影响较3号筒件的大。

基于各因素对装配阶差的影响权重关系,在进行调整优化时,应优先考虑对定位销孔的尺寸公差、销孔位置度及筒件外径尺寸公差进行调

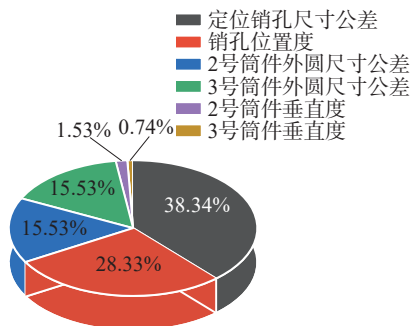


图14 装配阶差影响权重  
Fig.14 Influence weight of assembly gradient

整。同时,为了降低加工难度,可以适当放宽对接平面与筒件的垂直度要求。经过上述调整后,各薄壁筒件的装配特征公差参数如表3所示。

采用双层蒙特卡洛方法在3DCS中建模,设定仿真次数 $N=8000$ ,统计分析得到调整后2号筒件轴线相对于3号筒件轴线的阶差 $H$ 分布区间统计结果,如图15所示。阶差 $H$ 呈现均值为320.00031,标准差为0.01334的正态分布,其分布区间为[319.95,320.05],阶差 $H$ 在合格区间[319.96,320.04]内的概率为99.90%。当置信度为95%时,阶差 $H$ 的分布区间为[320.00002,320.00061],置信区间相对较窄,阶差数据稳定,表明基于8000次采样数据得到的均值估算具有较高的可靠性。对MATLAB计算、3DCS仿真及公差调控后的统计结果进行对比,结果如图16所示。可以看出,几何误差沿装配链呈非线性累积,且关键公差的微小调整对合格率提升具有杠杆效应,经公差调控后的阶差合格率较调控前提升了9%,装配阶差在原有指标内的合格率较高,能够很好地满足现场装配需求。

## 4 结论

(1)基于小位移旋量方法,对薄壁筒件关键装配特征形位公差(薄壁

筒件端部对接面平面度、薄壁筒件轴线相对于端部对接平面的垂直度,以及最大实体要求下的销孔位置度)进行数学建模,结合薄壁筒件的装配特征尺寸,明确了上述形位公差数学模型参数约束范围及其参数间的相互约束关系。

(2)基于齐次变换理论,结合装配特征数学模型参数约束条件,建立了薄壁筒件装配阶差的齐次变换矩阵,利用蒙特卡洛方法,将数值计算分析与模拟仿真分析结果进行对比,可知数值分析结果与模拟仿真分析结果仅相差1.25%,验证了理论分析过程的正确性。此外根据计算结果可知,在初始公差条件约束下,薄壁筒件装配阶差的合格率低于既定的装配合格率指标。

(3)基于各因素对装配阶差的影响权重关系,调整大权重比影响的公差带大小,同时为了降低加工难度,适当放宽弱权重比的公差带大小,从而对公差值进行调控。在调控

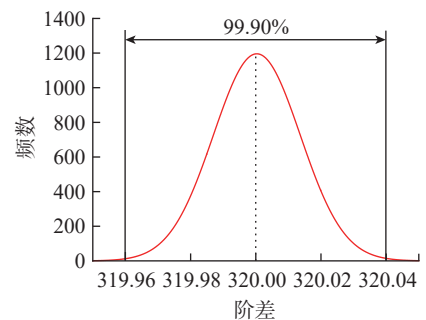


图15 公差调控后的 $H$ 分布区间统计结果  
Fig.15 Statistical results of distribution intervals of  $H$  after tolerance adjustment

表3 调整后的薄壁筒件装配特征公差参数

Table 3 Tolerance parameters of assembly features after adjustment for thin-walled cylindrical parts

零件	特征	公差类型	公差变动	公差值/mm
1~4号薄壁筒件	端部对接平面	平面度	增大	0.2
		垂直度	增大	0.4
	销孔1	位置度	减小	$\phi 0.02$ 最大实体要求
		尺寸公差	减小	$\phi 10_0^{+0.015}$
	销孔2	位置度	减小	$\phi 0.02$ 最大实体要求
		尺寸公差	减小	$\phi 10_0^{+0.015}$
	筒件外径	尺寸公差	减小	$\phi 320 \pm 0.02$

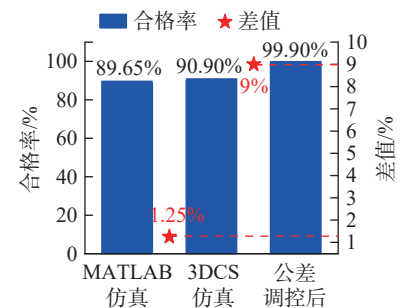


图16 统计结果对比  
Fig.16 Comparison of statistical results

后的公差约束条件下,薄壁筒件装配阶差的合格率从 90.90% 提高到 99.90%,有效提高了装配质量,这对于薄壁筒件装配体公差分析具有一定的指导意义。

(4) 本文针对薄壁筒件装配过程中因几何误差导致的阶差超限、质量离散度高等问题,重点研究了几何误差在薄壁筒件装配阶差中的传递规律。但实际装配过程中,变形误差(如加工残余应力释放、热变形等)也可能对装配精度产生显著影响,而几何误差的传递规律为多物理场耦合研究(如热-力变形)提供基准,未来研究将结合有限元仿真与多物理场耦合分析,进一步探讨变形误差的量化建模及其与几何误差的交互作用。

### 参考文献

- [1] 吴伟, 邓准, 尚建忠, 等. 精密光机系统多敏感轴装配精度分析与装配工艺优化[J]. 农业机械学报, 2021, 52(4): 418-426.
- WU Wei, DENG Zhun, SHANG Jianzhong, et al. Assembly accuracy analysis and process optimization of multi-sensitive axes for precision optical mechanical system[J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2021, 52(4): 418-426.
- [2] 位跃东, 方峻. 基于 SDT 模型和蒙特卡洛法的枪械抛壳机构公差分析[J]. 兵器装备工程学报, 2023, 44(4): 146-154.
- WEI Yuedong, FANG Jun. Tolerance analysis of the gun shell-throwing mechanism based on SDT model and Monte Carlo method[J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2023, 44(4): 146-154.
- [3] 吴兆强. 基于小位移旋量的公差模拟建模及公差分析[J]. 机械设计与制造, 2010(1): 205-207.
- WU Zhaoqiang. Stimulated tolerances modeling based on small displacement torsors and tolerances analysis[J]. Machinery Design & Manufacture, 2010(1): 205-207.
- [4] ASANTE J N. A constraint-based tolerance analysis in a multi-operation single setup and multi-operation multi-setup part-fixture assembly[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2013, 68(5): 1001-1014.
- [5] JEEVANANTHAM A K, CHAITANYA S V, RAJESHKANNAN A. Tolerance analysis in selective assembly of multiple component features to control assembly variation using matrix model and genetic algorithm[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2019, 20(10): 1801-1815.
- [6] 王炳炎, 陈书华, 安彦波, 等. 基于小位移旋量的浮动式核电站反应堆装卸料定位误差分析与优化[J]. 核动力工程, 2022, 43(3): 207-213.
- WANG Bingyan, CHEN Shuhua, AN Yanbo, et al. Positioning error analysis and optimization of floating nuclear power plant reactor refuelling based on small displacement torsors[J]. Nuclear Power Engineering, 2022, 43(3): 207-213.
- [7] PENG H P, CHANG S P. Including material conditions effects in statistical geometrical tolerance analysis of mechanical assemblies[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 119(9): 6665-6678.
- [8] CUI Z Z, DU F Z. Assessment of large-scale assembly coordination based on pose feasible space[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2019, 104(9): 4465-4474.
- [9] SUN Y H, GUO J K, HONG J, et al. Repair decision based on sensitivity analysis for aero-engine assembly[J]. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, 2019, 20(3): 347-362.
- [10] HU J, FANG M K, DENG A R, et al. Tolerance grade optimization of long-side welding platform for micro crystal resonator based on Monte Carlo and orthogonal experimental method[J]. Ferroelectrics, 2020, 566(1): 124-135.
- [11] ARMILLOTTA A. Allocation of geometric tolerances in one-dimensional stackup problems[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2022, 122(3): 1957-1973.
- [12] 高航, 霍璇龙, 李明, 等. 基于自为基准原理的航空舵面类部件销轴自动化压装方法[J]. 航空制造技术, 2025, 68(4): 14-20.
- GAO Hang, HUO Xuanlong, LI Ming, et al. Automatic pressing assembly for pin shaft of aerospace rudder components based on self-positioning principle[J]. Aeronautical Manufacturing Technology, 2025, 68(4): 14-20.
- [13] 付静静, 杨泽宇, 卫锐, 等. 飞行器减速板装配公差分析及调控[J]. 机械设计与研究, 2024, 40(3): 87-91, 96.
- FU Jingjing, YANG Zeyu, WEI Rui, et al. Tolerance analysis and control of the aircraft reduction plate[J]. Machine Design & Research, 2024, 40(3): 87-91, 96.
- [14] 毛喆, 刘兰波, 孙瑞峰, 等. 一种面向航天器装配的测量工艺模型构建技术研究[J]. 制造业自动化, 2023, 45(6): 39-43.
- MAO Zhe, LIU Lanbo, SUN Ruifeng, et al. Research on model construction technology of measurement process for spacecraft assembly[J]. Manufacturing Automation, 2023, 45(6): 39-43.
- [15] GAO Y. Tolerance analysis and optimization based on 3DCS[J]. Journal of Physics: Conference Series, 2021, 2137(1): 012070.
- [16] HE C, ZHANG S Y, QIU L M, et al. Statistical tolerance allocation design considering form errors based on rigid assembly simulation and deep Q-network[J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2020, 111(11): 3029-3045.
- [17] 陈训刚, 莫锦涛, 杜华, 等. 一种基于柔性变形的反应堆控制棒驱动线三维动态公差分析方法研究[J]. 核动力工程, 2020, 41(S2): 27-31.
- CHEN Xungang, MO Jintao, DU Hua, et al. Research on three-dimensional dynamic tolerance analysis method of reactor control rod drive line based on flexible deformation[J]. Nuclear Power Engineering, 2020, 41(S2): 27-31.
- [18] DANTAN J Y, EIFLER T. Tolerance allocation under behavioural simulation uncertainty of a multiphysical system[J]. CIRP Annals, 2021, 70(1): 127-130.
- [19] 张艳玲, 洪蓓, 刘佳佳. 飞行器质心偏差极限值计算方法研究[J]. 宇航计测技术, 2021, 41(2): 49-53.
- ZHANG Yanling, HONG Bei, LIU Jiajia. Research on calculational method of limit values for flight vehicles centroidal deviation[J]. Journal of Astronautic Metrology and Measurement, 2021, 41(2): 49-53.

(下转第 132 页)

## Research on Assembly Accuracy Analysis Integrating Surface Profile Errors of Part and Force-Induced Deformations

YANG Yitao, ZHAO Qiangqiang, HU Xiaokun, YU Dewen, LI Xiaohu, HONG Jun

(School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**[ABSTRACT]** Assembly accuracy is crucial to the working performance of precision machinery, which is affected by the surface profile errors of parts in the manufacturing process and deformation under the action of assembly force. Hence, this study proposes an assembly accuracy analysis method that integrates the surface profile error of parts and deformation under force. Firstly, a small-displacement torsor model is used to model the pose error and a shape error model is constructed by combining the basis function superposition method, and a comprehensive surface error model is established by introducing a Gaussian function to generate random noise. Subsequently, a finite element method is used to analyze deformation of parts under force conditions and its influence on assembly pose, and non-uniform rational B-splines (NURBS) are used to fuse and reconstruct the surface shape and part deformation, generating a surface model of the part that simultaneously considers the surface profile error and force deformation. Finally, based on this model, the fit state between surfaces is evaluated by combining the nearest projected point method, and the assembly accuracy is then calculated by an optimization algorithm. The results of 1000 simulation experiments on planar bolted joints and interference fits of column surface show that different assembly forces or overloads affect the final assembly accuracy; the proposed method is able to carry out effective evaluation and provide guidance for actual assembly.

**Keywords:** Assembly accuracy; Error model; Non-uniform rational B-splines (NURBS); Part deformation;

Surface profile

(责编 向阳)

(上接第 113 页)

## Assembly Error Analysis and Control of Thin-Walled Cylindrical Parts in Flight Section of Aircraft

JIN Herong<sup>1</sup>, SUN Zhongrui<sup>1</sup>, HAN Xueyan<sup>2</sup>, CAO Zichen<sup>2</sup>, YI Yali<sup>2</sup>

(1. School of Mechanical Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China;

2. Engineering Training Center, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China)

**[ABSTRACT]** The assembly accuracy of thin-walled cylindrical parts in flight section of the aircraft is affected by multi-dimensional factors. As the initial source of assembly deviations, geometric errors directly influence the error transmission and accumulation characteristics of the assembly chain, serving as the foundation for systematic error modeling and regulation. This paper proposes an assembly error analysis method for thin-walled cylindrical parts based on small-displacement torsor theory. By mathematically modeling the geometric tolerances of key features of thin-walled cylindrical parts using small-displacement torsor theory and characterizing assembly deviations with homogeneous transformation theory, an assembly error propagation model for thin-walled cylindrical parts is established. The Monte Carlo method is employed to calculate and verify the qualification rate of assembly gradients through a combination of numerical computation and simulation analysis. The results show that the qualification rate obtained from simulation analysis differs by merely 1.25% from the theoretical calculation, validating effectiveness of the proposed model. By adjusting the tolerances of key assembly features, the qualification rate of thin-walled cylindrical parts assembly is improved from 90.90% to 99.90%. The theoretical method proposed in this study provides a reliable theoretical basis and practical reference for engineers in tolerance design.

**Keywords:** Tolerance modeling; Homogeneous transformation; Thin-walled cylindrical parts; Monte Carlo;

Assembly gradient

(责编 向阳)