

# 多轴液压联动实时插补控制算法\*

## A Real-Time Interpolation Control Algorithm for Hydraulic Multi-Axis Coordinated Motion

西北工业大学机电学院 杨毅 王永军 裴永胜 王俊彪

**[摘要]** 分析了液压系统位置控制的特点和难点,研究了多轴液压联动控制时运动轨迹滞后大、速度不平稳等问题,采用设置主、从变量并对主变量预估的方法,提出了多轴液压联动运动轨迹的实时插补控制算法,并进行了算法的误差分析,给出了算法编程实现的具体步骤。

**关键词:** 多轴液压联动 实时插补算法 轨迹控制 PID

**[ABSTRACT]** The characteristics and difficulties of the position control of the hydraulic system are analyzed. The problems, such as big lag of motion track and rough speed when hydraulic multi-axis coordinated control are studied. By using the method of setting master-slave variables and estimating master variable, the real-time interpolation control algorithm for hydraulic multi-axis coordinated motion track is put forward. The error analysis of the algorithm is carried out and the specific steps for algorithm programming are given.

**Keywords:** Hydraulic multi-axis coordinated motion Real-time interpolation algorithm Track control PID

随着液压元器件的迅速发展,液压系统由于容易获得很大的力或力矩,方便实现大范围无级调速等许多突出的优点,在成形设备、工程机械等行业中得到了广泛的应用,多轴液压联动普遍用于这些设备中,而液压位置控制精度是影响数控成形设备加工精度的一个最主要的因素。

由于液压系统的驱动特性及较大的惯性,容易造成力和位移滞后及时间延迟等问题,因此提高液压系统的动态性能一直是液压系统控制的重点和难点。液压系统中力和位移的强耦合作用,使得液压控制变得更加复杂。

液压缸的位置控制主要是控制器通过接收给定

的理论位置值和液压活塞或液压缸的实际位置反馈值,以一定的扫描周期和控制算法进行检测计算,并将得到的速度指令输出到伺服阀<sup>[1]</sup>。控制算法直接影响控制系统的各项静态和动态特性。液压缸的位置控制与标准数控设备中广泛使用的步进电机位置控制不同,步进电机可以进行半闭环甚至开环控制,液压缸由于位置控制的检测变量和控制变量不一致,必须使用带反馈的闭环控制,而反馈控制必然产生控制效果滞后。

机床设备运动系统是一个复杂的动力学系统,一般忽略系统中固有的不确定性,而将各轴位置环从理论上简化为一阶无静差系统。在精度要求不高的液压缸位置控制系统中,简单的比例控制或常规PID控制即可满足要求,选用较好的比例伺服阀可以取得更为满意的效果。PID控制方法容易实现,稳定性好,但不可避免地会带来跟随误差。跟随误差的大小与系统的增益成反比,与进给速度成正比。在多轴联动系统或一些精度要求高的位置控制系统中,由于各轴参数不同,动态特性相异,会产生大小不同的跟随误差,使加工误差进一步增加,仅使用常规PID控制算法,系统的快速性和准确性无法保证,很难达到控制精度要求。在这种情况下,为了实现比较精确的轨迹控制,必须使用插补算法。

标准数控设备的位置控制系统一般采用步进电机、直流或交流电机作为驱动装置。数控机床从50年代发展至今,插补算法已经比较成熟,从简单的直线和圆弧插补到复杂的高次曲线,以及参数NURBS曲线等,国内外都有较多学者进行了研究,并形成了一些实用的控制算法。Syh-Shiuh Yeh等提出了一种参数曲线的进给速度自适应插补算法<sup>[2]</sup>,能很好地控制弦向误差;R.V. Fleisig, Matthias Müller等提出了精确的多轴加速插补算法<sup>[3]</sup>,也取得了很好的效果。华中科技大学的周济等应用多种方法进行了多种曲线的插补研究<sup>[4]</sup>,取得了突出的成果。

但迄今为止,对于使用液压缸作为执行装置的数控装备来说,在多轴联动和随动控制系统的使用和研

\* 航空基金(03H53049)资助项目。

究中鲜有相关的插补算法论述。本课题采用设置主、从变量,并针对主变量预估的方法研究了多轴液压联动轨迹控制时滞后大、速度不平稳等问题,提出了多轴液压联动运动轨迹的实时插补控制算法,此方法已在转台式数控拉弯机上实现,取得很好的效果。

## 1 多轴液压联动运动轨迹实时插补控制算法

### 1.1 插补算法<sup>[5]</sup>

在以液压缸作为执行器的联动和随动控制中,用  $r, x, y, z, \dots$  表示各运动轴的位移,它们之间的关系表示为  $F(r, x, y, z, \dots) = 0$ , 即轨迹曲线方程。在数控系统中,这个关系通用的使用方式可以由数值对应表来定义。为了方便介绍,本文仅以两轴的情况进行讨论,多轴的情况简化为两轴来处理。

设两个轴的位移分别为  $x$  和  $y$ , 他们之间的关系为:  $x = g(y)$ 。在精度和实时性要求不高时,通常在两个节点形成的区间  $[(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1})]$  上使用 PID 控制算法,当参变量落在区间  $(y_i, y_{i+1})$  内时便以  $x_{i+1}$  作为给定量进行 PID 控制。产生的误差为  $(x_i + x_{i+1})/2$ , 通过增加轨迹节点减小区间长度可以提高精度。但是由于在节点区间内均以区间右点为目标,在区间中实际上是不受控的,液压缸速度起伏大,甚至停顿,造成整个跟踪过程运动不连续平稳,而且普通 PID 控制无法避免会带来跟踪误差。

据此,考虑将节点区间减小到每个 PID 检测控制循环中的参变量和被控量的变化水平,并进行超前预估,以抵消跟随误差。如何获得被控量在下一个控制循环中的目标值是要解决的一个关键问题,本课题通过预估参变量在下一个控制循环中的变化量,根据这个预估值对轨迹节点进行线性插值,即得到被控量在下一个控制循环中的目标值。实质上,因为控制周期是固定的,所以 PID 控制器的输入变量是液压缸的运动速度而不再是位移。具体过程如下:

首先,选取一个控制变量作为主变量,将控制轴的位移表示为主变量的函数。主变量选取的原则是:(1)逻辑上的主动变量,或控制变量——液压缸位置在控制过程中是关于此变量的单值函数,即给定一个主变量总可以找到唯一一个与之相对应的液压缸位置;(2)控制过程中无断点、跳跃点和尖点,变化较为平缓的变量;(3)计算精度较高,控制上具有一定的独立性,精度不直接受其他变量的影响。事实上,主变量可以是控制过程中的任何与各轴位移有关的其他变量(如时间  $t$ ),而不一定是两轴位移中的一个。本例中

选取  $\theta$  为主变量。

对于多轴运动位移控制,主变量确定之后,将所有各轴的位移均表示为主变量的函数,即可用下文两轴运动控制的方法进行处理。

其次,计算出足够多的节点数值表,保证节点间的线性插值与理论轨迹曲线的误差离工艺要求还有一定的空间。

主变量  $\theta$  的变化可以看作是时间  $(t)$  的函数,即  $\theta = f(t)$ 。用函数的一阶和二阶差分来代替其微分:

$$\dot{\theta}_i = \frac{d}{dt} \Big|_{\theta=\theta_i} \frac{\theta_i - \theta_{i-1}}{\Delta t}, \quad (1)$$

$$\ddot{\theta}_i = \frac{d^2}{dt^2} \Big|_{\theta=\theta_i} \frac{\theta_i - 2\theta_{i-1} + \theta_{i-2}}{\Delta t^2}. \quad (2)$$

$\theta_i$  为某一时刻主变量的值,将 (1) 式和 (2) 式代入二阶泰勒公式:

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \dot{\theta}_i \Delta t + \frac{\Delta t^2}{2!} \ddot{\theta}_i + O(\Delta t^3). \quad (3)$$

舍去高阶的无穷小,即舍去“ $O(\Delta t^3)$ ”,便可得到主变量的预估值  $\theta_{i+1}$ 。

$$\theta_{i+1} = 2.5 \theta_i - 2 \theta_{i-1} + 0.5 \theta_{i-2}, \quad (4)$$

式中,  $\Delta t$  为 PID 的控制周期。因为  $\Delta t$  很小,微分  $d$  及  $dt$  均很小,这样的估算具有相当高的精度。

通过预估的下一控制周期后的主变量值,可根据直线插补算法用下式算出液压缸下一控制周期后的目标位移值  $(x_{i+1})$ 。

$$x_{i+1} = \frac{i+1}{2} \cdot x_2 - \frac{i-1}{2} \cdot x_1 + x_i, \quad (5)$$

式中,  $x_1$  为节点表中比  $\theta_i$  小的最大的主变量值;  $x_2$  为节点表中比  $\theta_i$  大的最小的主变量值;  $x_1, x_2$  分别为与  $\theta_{i-1}, \theta_{i+1}$  对应的液压缸位移值。

### 1.2 控制策略

通过预估计算出下一个控制周期的液压缸目标位移,加上传感器反馈即可进行 PID 控制,为保持积分作用同时减小超调量,使用积分分离 PID 控制算法,公式为

$$e(k\Delta t) = x_{k+1} - x_k, \quad (6)$$

$$U(k\Delta t) = K_p \cdot e(k\Delta t) + K_i \cdot \int_0^k e(k\Delta t) dt + K_d \cdot [e(k\Delta t) - e(k-1)\Delta t], \quad (7)$$

$$U_{k+1} = U_k + U(k\Delta t), \quad (8)$$

其中, 
$$K_i = \begin{cases} 1 & e_d(k\Delta t) > m, \\ 0 & e_d(k\Delta t) \leq m, \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $T$  为控制周期;  $U_{k+1}$  为液压缸比例伺服阀下一控制周期的实际开度;  $K_p, K_i, K_d, K_f$  分别为比例、积分、微分和积分分离系数;  $x_{k+1}$  为通过预估的下一控制周期主变量值插值计算得到的液压缸下一位控制周期位移目标值;  $x_k$  为反馈的液压缸当前实际位移值;  $m$  为积分分离区间大小。

### 1.3 误差估计

本算法的误差包括以下几个方面: 插值逼近误差  $e_i$ ; 主变量预估值与实际值之间的偏差, 称之为预估误差  $e_e$ ; PID 控制的跟随误差  $e_t$ ; 计算过程中的舍入误差及其传递  $e_g$ 。

可以证明, 当采用双精度浮点计算时, 舍入误差及其传递所引起的误差远小于  $1 \mu\text{m}$ , 可以忽略不计。逼近误差包括插补点与实际曲线偏离的径向误差  $e_r$  和以弦长逼近实际曲线引起的弓高误差  $e_h$ 。数值对应表离线计算得到, 忽略计算时的截断误差可以认为节点均在轨迹曲线上, 没有径向误差。弓高误差  $e_h$  与弦长  $L$  存在如下关系:

$$L = \sqrt{h(2 \cdot h)} \quad \sqrt{8 \cdot h}, \quad (10)$$

式中,  $L$  为  $T$  内控制点的位移;  $h$  为曲线在插补点的斜率。根据上式可估算弓高误差  $e_h$ :

$$e_h = \frac{L^2}{8}. \quad (11)$$

预估误差  $e_e$  由两部分组成: 差分代替微分的近似误差  $e_a$  和泰勒公式高阶无穷小的舍去误差  $e_b$ 。

由节点等距的数值微分公式

$$\dot{\theta}_i = \frac{\theta_i - \theta_{i-1}}{\Delta t} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\theta}(1) \quad (t_{i-1}, t_i); \quad (12)$$

$$\ddot{\theta}_i = \frac{\theta_i - 2\theta_{i-1} + \theta_{i-2}}{\Delta t^2} + \Delta t \cdot \ddot{\theta}(2) \quad (t_{i-2}, t_i), \quad (13)$$

代入泰勒公式:

$$\theta_{i+1} = \theta_i + \dot{\theta}_i \Delta t + \frac{\ddot{\theta}_i}{2!} \Delta t^2 + \frac{\ddot{\theta}(3)}{3!} \Delta t^3 \quad (t_i, t_{i+1}), \quad (14)$$

整理可得:

$$\theta_{i+1} = (2.5\theta_i - 2\theta_{i-1} + 0.5\theta_{i-2}) + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\theta}(1) + \frac{\Delta t^3}{2} \ddot{\theta}(2) + \frac{\Delta t^3}{6} \ddot{\theta}(3), \quad (15)$$

$1, 2, 3$  同上。

故预估误差  $e_e$  为:

$$e_e = \theta_{i+1} - \hat{\theta}_{i+1} = \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\theta}(1) + \frac{\Delta t^3}{2} \ddot{\theta}(2) + \frac{\Delta t^3}{6} \ddot{\theta}(3), \quad (16)$$

$1, 2, 3$  同上。

总误差为

$$e = e_i + e_e + e_t + e_g. \quad (17)$$

由以上叙述可知,  $e_i$  取决于插补弦长和曲线曲率半径的大小;  $e_e$  取决于控制周期及主变量对时间的二阶、三阶导数的大小, 当  $\theta = f(t)$  的次数较低时,  $e_e$  很小甚至为零, 选择主变量  $\theta$  时应考虑使其对时间  $t$  的次数尽量低; PID 控制的跟随误差  $e_t$  由实际系统特征和参数整定的品质决定; 计算过程中的舍入误差及其传递  $e_g$  可以忽略不计。

实际上, 当控制周期的数量级达到  $10\text{ms}$  以下时,  $e_i$  和  $e_e$  两项误差已经小到可以忽略不计。控制算法的误差主要为 PID 控制的跟随误差  $e_t$ , 这项误差也因为主变量的超前预估得到了部分补偿和抵消。

## 2 算法实现流程

算法实现的流程如下。

步骤(1): 选取某轴位移为主变量, 联动或随动的其他轴位移为从变量。主变量选取遵循上文的原则。

步骤(2): 计算主变量、从变量轨迹曲线的数值对应表, 要求精度足够高; 确定插补控制周期。

步骤(3): 检查主变量是否已超出数值对应表的上限(或下限, 由运动方向决定), 若是则跳至步骤 8, 否则执行步骤 4。

步骤(4): 读取各运动轴位移反馈数据, 并存储历史反馈用于计算。

步骤(5): 预估下一控制周期内的主变量目标值, 见公式(4)。

步骤(6): 计算各从变量下一控制周期内的目标位移值, 见公式(5)。

步骤(7): 计算各运动轴的控制变量值并输出, 见公式(6)(7)(8)(9)。

步骤(8): 结束。

## 3 算法在数控拉弯机切点跟踪中的应用

拉弯机可用于制造尺寸大、外形准确度要求较高、相对弯曲半径大的变曲率挤压和板弯型材弯曲件。带侧压的转台式拉弯机切点跟踪控制原理见图 1。

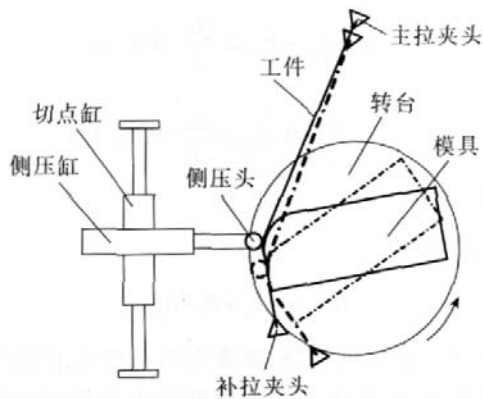


图1 切点跟踪控制原理图  
Fig.1 Principle of tangent point tracking control

主拉夹头固定在运动方向与切点缸平行的主拉缸上,提供拉弯工件的拉伸力。加工过程中转台转动,与转台面固定的补拉夹头随转台运动时将工件缠绕在模具上,主拉夹头也跟着转台转动而向前运动,并在此过程中保持主拉力的大小不变。

工件安装时要求与模具相切,拉弯时由主拉缸通过两个夹头对工件施加一定的预拉力,在转动转台保持拉力的状态下将工件在模具上绕弯。在固定于转台上的模具随转台绕着转台中心转动的过程中,要求侧压头始终以一定的压力压在工件与模具的切点位置上,即切点跟踪。这是拉弯控制过程中的一项关键技术。切点跟踪误差太大,或跟踪速度不平稳,轻则影响零件加工质量,重则使零件报废。

侧压头由两个液压缸控制,采用一般PID控制算法控制侧压力的大小。切点缸控制侧压头的位置随着转台转角的变化。使用传统的简单PID控制算法时,切点缸速度波动较大,实际跟踪曲线偏离于理论计算曲线较大距离。应用上文所述的控制算法使控制效果获得了明显的改善。

在转台式数控拉弯机控制系统中,切点跟踪控制实际上是转台转角与切点缸位移的联动控制。加工过程中为提高产品质量,实际上希望转台以恒定转速转动,因此选取转台转角值为主变量。转台转动过程中,转角值和切点位置的对应表事先根据专门算法由模具形状和安装位置离线算出。

在Windows 2000操作系统下用VC编程软件实现了本文所述的算法。实现过程中,插补控制周期为72ms,比例、积分、微分系数分别为0.03、0.001、0.025。

图2为加工某型号弹道零件时,应用本控制算法

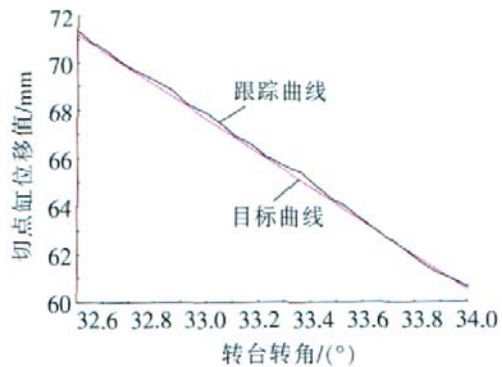


图2 跟踪曲线效果图(局部)  
Fig.2 Effect diagram of tracking curve (local)

实现转台式数控拉弯机切点跟踪获得的控制效果图(局部放大图),本例中轨迹曲线总长度近2m。

从图2中可以看出,液压缸运动速度比较平稳,起伏很小,滞后和超前误差基本平衡。跟踪的最大误差在0.3mm左右,其中包含传感器(测量精度0.1mm以上)、信号放大器及软件控制系统带来的误差。加工的零件质量高,取得了令人满意的效果。

#### 4 结束语

本算法通过设置主、从变量并对变量预估的策略,结合PID控制方法,有效地减小了闭环反馈控制带来的跟随误差,并解决了多轴液压联动过程中速度起伏大、运动过程不平稳的问题。用编程软件VC实现了在转台式数控拉弯机上的切点跟踪,取得了很好的控制效果,并在西飞公司某型号弹道零件加工中获得了较高的加工质量。算法原理清晰,结构简单,实现方便,对其他类型的联动控制有一定的参考价值。

#### 参 考 文 献

- [1] 袁晓东. 液压缸位置控制算法探讨. 液压气动与密封, 2003, 5: 7-8.
- [2] Syh-Shiuh Yeh, Pau-Lo Hsu. Adaptive-feedrate interpolation for parametric curves with a confined chord error. Computer-Aided Design, 2002, 34: 229-237.
- [3] Fleisig R V, Spence A D. A constant feed and reduced angular acceleration interpolation algorithm for multi-axis machining. Computer-Aided Design, 2001, 33: 1-15.
- [4] 周济,周艳红,周云飞. 自由曲面的CNC直接插补加工技术. 高技术通讯, 1998, 11: 31-35.
- [5] 游有鹏,王珉,朱剑英. 参数曲线的自适应插补算法. 南京航空航天大学学报, 2000, 32(6), 667-671.

(责编 咏智 立十)