

薄壁筒类零件刚度表述模型的研究

Rigidity Expression Model Research of Barrel Thin-Walled Parts

北京航空航天大学机械制造及自动化学院 张婷 陈五一

[摘要] 建立了一端约束的薄壁筒类零件的有限元模型,采用多因素正交设计法及回归分析法获取了薄壁筒类零件刚度计算的经验公式。该公式使得静刚度的表述仅与材料弹性模量及零件几何参数有关,易于在数据库中存储和查询,方便修正切削参数。

关键词: 薄壁筒 有限元 仿真 刚度 经验公式

[ABSTRACT] The finite element model of thin-walled barrel like parts was established, the multi-factor orthogonal design method and the regression analysis method were used to obtain an empirical formula for calculating the rigidity of the parts. The expression of the static rigidity was obtained only with elastic modulus and geometric parameters of the parts. The expression model would be easy to be stored and searched in the database and to be used to revise the cutting parameters.

Keywords: Thin-walled parts Finite element Simulation Rigidity Empirical formula

随着航空工业的发展,复杂结构薄壁类零件逐渐成为航空工业中的重要零部件。这类零件刚性差、对精度要求高,对加工过程中的各种因素十分敏感,极易产生变形,影响产品质量^[1]。因此,加工此类零件时需要传统的未考虑零件刚度的切削参数进行修正,以满足弱刚性零件加工的需要。

依据刚度信息修正切削参数,需要定量及定性地表达零件的刚度信息。文献[2]将零件刚度作为一个模糊的变量,用模糊集合与隶属度函数来描述。该方法可以在设计阶段预测零件的实际刚度状态。但是,该方法针对零件的具体区域未能表达出准确的刚度量值,因而不能为切削参数修正提供数值依据。

有限元理论中的刚度矩阵可以较为精确地表达零件抵抗变形的能力^[3]。对于大型零件,有限元单元划分较多,导致刚度矩阵庞大、难以存储和表述;针对具体加工特征,难以快速获得加工特征的刚度信息,使得切削参数的修正存在困难。为解决这一问题,本课题以薄壁筒类零件为例,提出了一种基于切削参数修正的简易刚度表述模型。

1 刚度计算模型的提出

薄壁筒类零件在加工过程中一般受径向集中载荷。在径向集中载荷作用下,薄壁零件主要在径向产生变形,径向刚性较差。将薄壁零件的刚度表示为径向作用力与该作用力下引起的径向位移之比,即: $K=F/\Delta U$ 。

影响薄壁筒刚度性能的几何参数较多,有壁厚 t 、外径 D 、筒长 L 、测量点 M 的位置 m 、材料的弹性模量 E 对刚度值也有重要影响。典型的薄壁筒几何尺寸图如图1所示。

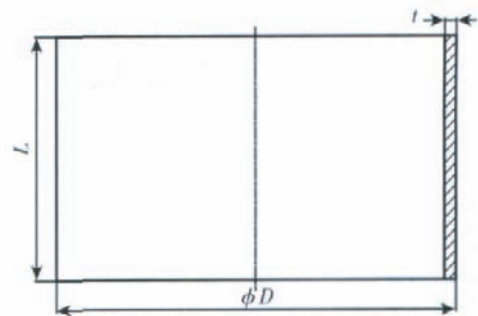


图1 薄壁筒几何尺寸图

Fig.1 Geometric size of thin-walled barrel

薄壁筒类零件是轴对称零件,垂直于轴线的同一圆周上点的刚度相同。因此,可以用母线上各点刚度代表整个薄壁筒各处刚度值。

为了便于数值计算结果的比较,取 $L=200\text{mm}$ 定长筒,研究外径为 D 、壁厚为 t 的薄壁筒母线上任意一点(M 点)的刚度计算公式。由于薄壁筒类零件各几何参数与刚度呈非线性关系,现假设薄壁筒刚度计算公式为:

$$K = C_k E D^{c_1} t^{c_2} m^{c_3} \quad (1)$$

式中, K 为薄壁筒 M 点刚度, N/mm ; C_k 为刚度计算系数; E 为材料的弹性模量 MPa ,这里取 $E=210\,000\text{MPa}$; D 为薄壁筒外径, mm ; t 为薄壁筒壁厚, mm ; m 为 M 点距离下底面距离, mm ; c_1 、 c_2 、 c_3 为待定指数。

2 有限元模型的建立

为简化计算,现做出几点基本假设^[1]:

(1) 假设切削厚度明显小于薄壁筒件壁厚,因此可忽略已加工表面与待加工表面的壁厚差,按等壁厚计算;

(2) 假设整个加工过程中刀保持锋利,即不考虑刀具磨损;

(3) 假设材料是完全各向同性的。

在 ABAQUS 有限元软件中采用三维建模方法,可以建立薄壁圆筒类零件的实体模型。选择四面体单元自由网格划分技术划分网格。自由网格划分技术具有很强的灵活性,特别适用于复杂形状和狭窄区域的网格划分,可以分析大变形和大应变等问题,符合工程实际,满足薄壁筒类零件的数值模拟计算分析的需要。

四面体单元每个节点有 6 个自由度,即沿节点坐标 x 、 y 和 z 方向的平动和绕 x 、 y 和 z 轴的转动(U_1 、 U_2 、 U_3 、 UR_1 、 UR_2 、 UR_3)。假设薄壁筒一端完全约束,即 $U_1=U_2=U_3=UR_1=UR_2=UR_3=0$ 。在模型中间截面单元节点 M 处施加径向集中力 $F=50N$,方向指向薄壁筒轴线。分析零件径向位移 ΔU ,求得刚度 K 。几何尺寸约束如图 2 所示。

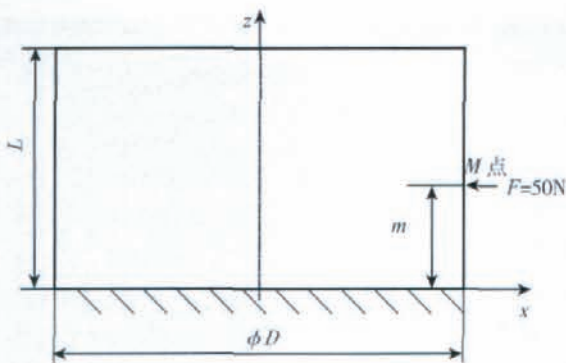


图2 薄壁筒几何约束图
Fig.2 Geometric bind of thin-walled barrel

3 刚度计算公式系数、指数确定

利用有限元软件对薄壁筒类零件切削加工进行变形分析,可以为工程技术人员提供较为直观的零件变形状况及精确的相关数据。

正交设计法可以减少仿真次数,因为在仿真分析中每个因素不同水平的仿真次数相同,并且和不同因素的水平相遇几率相等,仿真分析所得结果更接近真实情况。文献 [4-5] 阐述了回归分析法在处理正交分析数据时的可靠性和准确性等优点。本课题采用正交仿真法以及回归分析法获得刚度计算公式中的待定参数,各点仿真数据通过有限元软件 ABAQUS 分析获得。

对于 3 个变量,各选取 4 个水平,构造三因素四水

平正交表,如表 1 所示。

表1 三因素四水平取值表

变量	水平			
	1	2	3	4
D/mm	600	650	700	750
t/mm	2	3	4	5
m/mm	40	80	120	160

对式(1)做线性化处理,即取对数,得:

$$\ln K = (\ln C_K + \ln E) + c_1 \ln D + c_2 \ln t + c_3 \ln m \quad (2)$$

取 $y = \ln K$, $c_0 = \ln C_K + \ln E$, $x_1 = \ln D$, $x_2 = \ln t$, $x_3 = \ln m$ 则线性回归方程为:

$$y = c_0 + x_1 c_1 + x_2 c_2 + x_3 c_3 \quad (3)$$

其中, c_0, c_1, c_2, c_3 为待求的 4 个参数; y, x_1, x_2, x_3 分别取 n 个不同的数值($n=16$)。对于线性方程(3)的回归分析法就是求各点偏差的平方和最小。各点偏差 $d_i = y_i - (c_0 + x_{i1}c_1 + x_{i2}c_2 + x_{i3}c_3)$,其平方和为:

$$\sum_{i=1}^n d_i^2 = Q(c_0, c_1, c_2, c_3) \quad (4)$$

$Q(c_0, c_1, c_2, c_3)$ 取最小值的必要条件为:

$$\frac{\partial Q}{\partial c_0} = 0, \frac{\partial Q}{\partial c_1} = 0, \frac{\partial Q}{\partial c_2} = 0, \frac{\partial Q}{\partial c_3} = 0 \quad (4)$$

整理得:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - x_{i1}c_1 - x_{i2}c_2 - x_{i3}c_3) = 0 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - x_{i1}c_1 - x_{i2}c_2 - x_{i3}c_3) x_{i1} = 0 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - x_{i1}c_1 - x_{i2}c_2 - x_{i3}c_3) x_{i2} = 0 \\ \sum_{i=1}^n (y_i - c_0 - x_{i1}c_1 - x_{i2}c_2 - x_{i3}c_3) x_{i3} = 0 \end{cases}$$

进一步简化得:

$$\begin{cases} nc_0 + c_1 \sum_{i=1}^n x_{i1} + c_2 \sum_{i=1}^n x_{i2} + c_3 \sum_{i=1}^n x_{i3} = \sum_{i=1}^n y_i \\ c_0 \sum_{i=1}^n x_{i1} + c_1 \sum_{i=1}^n x_{i1}^2 + c_2 \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i2} + c_3 \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i3} = \sum_{i=1}^n x_{i1}y_i \\ c_0 \sum_{i=1}^n x_{i2} + c_1 \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i2} + c_2 \sum_{i=1}^n x_{i2}^2 + c_3 \sum_{i=1}^n x_{i2}x_{i3} = \sum_{i=1}^n x_{i2}y_i \\ c_0 \sum_{i=1}^n x_{i3} + c_1 \sum_{i=1}^n x_{i1}x_{i3} + c_2 \sum_{i=1}^n x_{i2}x_{i3} + c_3 \sum_{i=1}^n x_{i3}^2 = \sum_{i=1}^n x_{i3}y_i \end{cases}$$

方程组的系数矩阵是对称阵,用 A 表示,即:

$$A = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{3i} \\ \sum_{i=1}^n x_{1i} & \sum_{i=1}^n x_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n x_{1i}x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{1i}x_{3i} \\ \sum_{i=1}^n x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{1i}x_{2i} & \sum_{i=1}^n x_{2i}^2 & \sum_{i=1}^n x_{2i}x_{3i} \\ \sum_{i=1}^n x_{3i} & \sum_{i=1}^n x_{1i}x_{3i} & \sum_{i=1}^n x_{2i}x_{3i} & \sum_{i=1}^n x_{3i}^2 \end{bmatrix} \circ$$

令

$$X = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & x_{31} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & x_{32} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{1n} & \cdots & x_{3n} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{1i}y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{2i}y_i \\ \sum_{i=1}^n x_{3i}y_i \end{bmatrix},$$

$$Y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_n \end{bmatrix}, b = \begin{bmatrix} c_0 \\ c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix} \circ$$

则 $A = X^T X$, $B = X^T Y$, 方程组的矩阵形式为 $A^b = B$, 待求系数矩阵 $b = A^{-1} B$ 。

表 2 是三因素正交表中各点的取值及有限元分析所得刚度值。

利用 Matlab 数学软件进行辅助计算得待求参数为: $C_k = 98.125$, $c_1 = -0.6174$, $c_2 = 1.3809$, $c_3 = -1.0086$ 。则薄壁筒刚度计算公式为:

$$K = 98.125ED^{-0.6174} t^{1.8809} m^{-1.0096} \circ \quad (5)$$

4 公式验证

为了对提出的刚度计算模型及正交回归所获得的参数进行验证, 现另取 10 组参数进行有限元分析, 将有限元分析得到的刚度值与公式(5) 计算所得刚度值比较, 求取相对误差。验证数据如表 3 所示。

由表 3 中的相对误差可以看出, 本课题所得到的刚度计算模型具有较好的精度, 可以认为该公式是可靠的。

5 结论

通过定长薄壁筒刚度的有限元数值, 利用回归分析法建立了定长薄壁筒静刚度的计算公式, 可以得到以下结论。

(1) 通过回归分析法得到薄壁筒的刚度计算公式, 经仿真验证该公式精度良好, 可用于实际薄壁筒类零件的刚度计算, 较有限元法简便实用。

(2) 通过对薄壁筒类零件的刚度模型进行参数化建模, 将刚度表述为几何参数作为变量的经验公式形式, 使得静刚度的表述模型仅与材料弹性模量及零件几何

表2 刚度分析数值表

序号	D/mm	t/mm	m/mm	位移 U/mm	刚度 K/(N·mm ⁻¹)
1	600	2	40	1.890E-03	2.646E+04
2	600	3	80	2.755E-03	1.815E+04
3	600	4	120	2.309E-03	2.165E+04
4	600	5	160	2.168E-03	2.306E+04
5	650	2	80	3.745E-03	1.335E+04
6	650	3	120	3.793E-03	1.318E+04
7	650	4	160	3.472E-03	1.440E+04
8	650	5	40	5.436E-04	9.198E+04
9	700	2	120	6.262E-03	7.985E+03
10	700	3	160	5.412E-03	9.239E+03
11	700	4	40	8.888E-04	5.626E+04
12	700	5	80	1.146E-03	4.363E+04
13	750	2	160	9.087E-03	5.502E+03
14	750	3	40	1.414E-03	3.536E+04
15	750	4	80	1.94E-03	2.576E+04
16	750	5	120	1.784E-03	2.803E+04

表3 刚度公差验证数据表

序号	D/mm	t/mm	m/mm	K 有限元值 / (N·mm ⁻¹)	K 计算值 / (N·mm ⁻¹)	相对误差 / %
1	560	4	30	8.720E+04	9.095E+04	4.30
2	560	4	90	2.882E+04	3.003E+04	4.20
3	560	4	150	1.802E+04	1.794E+04	0.44
4	620	5	40	8.290E+04	8.696E+04	4.90
5	620	5	100	3.385E+04	3.451E+04	1.95
6	620	5	130	2.700E+04	2.649E+04	1.89
7	680	3	140	1.101E+04	1.147E+04	4.18
8	720	2	80	1.079E+04	1.112E+04	3.06
9	720	2	160	5.580E+03	5.527E+03	0.95
10	780	6	120	3.163E+04	3.206E+04	1.36

参数有关, 更加简单, 易于在数据库中存储和查询, 为切削数据库中切削参数的修正提供了依据。

参考文献

- [1] 吴剑锋, 罗红波. 基于 ANSYS 的薄壁筒件多刀切削加工变形分析. 工具技术, 2005 (39): 37-38.
- [2] 何兆太, 田晓君. 机械零件刚度的模糊可靠性设计方法. 黄石高等专科学校学报, 2002, 18 (1): 1-3.
- [3] 李亚智, 赵美英, 万小棚. 有限元法基础与程序设计. 北京: 科学出版社, 2004.
- [4] David J K. Visual C++ 技术内幕北京: 清华大学出版社, 1999.
- [5] 叶先磊, 史亚杰. ANSYS 工程分析软件应用实例. 北京: 清华大学出版社, 2003.

(责编 小颖)