

飞机大部件对接中的位姿计算方法

Posture Calculating Algorithm in Large Aircraft Component Butt

北京航空制造工程研究所 罗芳 邹方 周万勇

[摘要] 在飞机的大部件对接中,为了达到较高的对接精度,需要准确地分析大部件的位姿,因此大部件位姿计算方法是首先需要解决的问题。本文简要介绍了奇异值分解法、三点法、最小二乘法计算位姿,并以三点法计算的结果作为最小二乘法的初值。比较了3种方法在点无误差和有误差时的部件拟合误差,分析了测量点的个数对部件拟合误差的影响,讨论了误差对部件拟合误差的影响。通过对比发现,在选取了较好初值的情况下,最小二乘法的部件拟合误差较小,同时收敛性得到保证,计算速度也较快。

关键词: 大部件对接 位姿计算 最小二乘法 奇异值分解法 三点法

[ABSTRACT] To satisfy the requirement of automated alignment and joining of fuselage sections and wings in digital assembly for an aircraft, component's posture calculating method is the first question that should be considered. There are three methods which can be used in posture calculating: single value decomposition, three point method and least square method. Three point method's result is used as the least square's initial value. The fitting error of the least square method is discussed from point's number and point's error range. By comparison, It is founded that the fitting error of the least square method will be better if more point is used in calculate. If point's error range is less, the result will be better too. If a better initial value is chosen, the least square's calculating result will be faster and the result will be better.

Keywords: Large component butt Posture calculating The least square method Single value decomposition Three point method

飞机的尺寸大、结构复杂,通常采用模块化、分段式的制造方式,在各分段制造完毕后,再进行对接。在整个对接过程中,大部件位姿的确定是首先需要解决的问题。

位姿计算在摄像学和图形学中应用广泛,是一个重要的基本理论问题。关于大部件对接的研究工作主要有以下几方面:航天器空间对接中,一般都使用摄像机

测量目标部件的关键点,它的位姿计算就是确定这些关键点在相机坐标系与航天器固连的坐标系之间的转换关系,如张劲锋等采用相似迭代法求解位姿^[1],张志勇等采用改进的正交迭代法,在数据恶化情况下也能够求解正确的位姿,提高计算精度^[2];航空领域的大部件对接中,张斌等建立基于靶点规划理论的机翼水平位姿评估方法,并运用奇异值分解和单纯形法求解位姿^[3]。本课题先使用三点法和SVD法计算大部件的位姿,然后将三点法计算的位姿作为最小二乘法迭代初值,拟合大部件的位姿,计算的准确度较高。

1 点的选取及坐标系的转换

在飞机的大部件对接中,为了表示部件的位姿,需要建立两类坐标系,即全局坐标系和局部坐标系。全局坐标系和局部坐标系分别固连在地面和大部件上。在大部件上布置若干个测量点,利用固定在地面上的激光跟踪仪测量出这些点在全局坐标系中的坐标。由于测量点在局部坐标系中的坐标值已知,所以采用位姿计算方法便可以计算出大部件的位姿。然后,规划大部件的位移,将大部件的位移转换成定位器的位移,再将这些数据发送到数控定位器中,通过数控定位器的协调运动,实现大部件与目标部件的对接。

由于点在全局坐标系中的坐标通过测量得到,测量过程中不可避免会存在误差。为了尽量降低误差对位姿计算的影响,在计算前,应先比对几次测量过程中点的坐标,剔除误差较大的点再进行计算。

剔除误差较大点的方法如下:分别在局部坐标系和全局坐标系中计算几次测量过程中各个点之间的距离,然后比较点与点在不同测量过程中的距离,如果超过误差允许的范围,剔除超差点。

设第*i*个测量点在局部坐标系下的坐标表示为 J_i ,该点在全局坐标系下的坐标为 P_i 。局部坐标系相对全局坐标系的位姿可以用矢量 $\mathbf{X}=(\alpha, \beta, \gamma, x, y, z)^T$ 表示,其中, x, y, z 表示局部坐标系原点在全局坐标系的位置,可以用位置矢量 \mathbf{T} 表示; α, β, γ 表示局部坐标系相对全局坐标系的欧拉角(XYZ 转动顺序)。那么该测量点在局部坐标系和全局坐标系下的坐标存在如下的转换关系:

$$P_i = R J_i + T \quad (i=1, 2, 3, \dots, n), \quad (1) \quad \text{其中, } R \text{ 是 } 3 \times 3 \text{ 的坐标转换矩阵, 可以写成如下的形式:}$$

$$R = \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \beta & \cos \gamma \sin \beta \sin \alpha - \sin \gamma \cos \alpha & \cos \gamma \sin \beta \cos \alpha + \sin \gamma \sin \alpha \\ \sin \gamma \cos \beta & \sin \gamma \sin \beta \sin \alpha + \cos \gamma \cos \alpha & \sin \gamma \sin \beta \cos \alpha - \cos \gamma \sin \alpha \\ -\sin \beta & \cos \beta \sin \alpha & \cos \beta \cos \alpha \end{bmatrix},$$

由式(1)得到点系在局部坐标系和全局坐标系中的坐标值存在如下转换关系:

$$P = R J + T, \quad (2)$$

式(2)中, 矩阵 J 和 P 的各列分别表示各点在局部坐标系和全局坐标系中的坐标值。

2 3 种位姿计算方法

2.1 奇异值分解(SVD)法

目前, 位姿求解主要有双四元数法、正交矩阵法或奇异值分解法等, 较常用的是奇异值分解法^[3]。参考文献[4]中提出的SVD法能够较准确地计算位姿。SVD法的实质是计算点集的质心在2个坐标系中的坐标, 假设它们也存在式(1)体现的坐标转换关系, 再实现所有的点在2个坐标系中的最小偏差拟合。SVD法的计算思路为:

(1) 分别计算质心在全局坐标系和局部坐标系中的坐标 P' 和 J' :

$$\begin{cases} P' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n P_i \\ J' = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n J_i \end{cases}; \quad (3)$$

(2) 计算协方差矩阵 $H = \sum_{i=1}^n Q_i Q_i^T$, 其中 $Q_i = P_i - P'$,

$Q'_i = J_i - J'$;

(3) 对 H 进行奇异值分解 $H = U D V^T$, 其中 D 是对角矩阵, V 和 U 是正交矩阵;

(4) 计算矩阵 $R = V U^T$, 并求行列式的值 $|R|$ 。如果 $|R|=1$, 矩阵 R 就是待求位姿矩阵; 如果 $|R|=-1$, 则令 $V'=[v_1 \ v_2 \ -v_3]$, 位姿矩阵为 $R = V' U^T$, 其中 $v_1, v_2, -v_3$ 分别为矩阵 V 的第 1、2、3 列。

在求出姿态矩阵 R 之后, 可得到大部件的姿态的值:

$$\begin{cases} \alpha = \arctan(R_{32}/R_{33}) \\ \beta = \arctan(R_{31}) \\ \gamma = \arctan(R_{21}/R_{22}) \end{cases}, \quad (4)$$

式(4)中, R_{ij} 表示矩阵 R 的第 i 行第 j 列元素, 位置矢量 T 可以由公式(2)求得, 从而得到 x, y, z 的值。

2.2 三点法

SVD法计算较准确, 但是需要测量多个点的坐标, 三点法只测量不共线的3个点, 使用较少的数据来计算大部件的位姿。如图1所示, 3个测量点分别用 $A, B,$

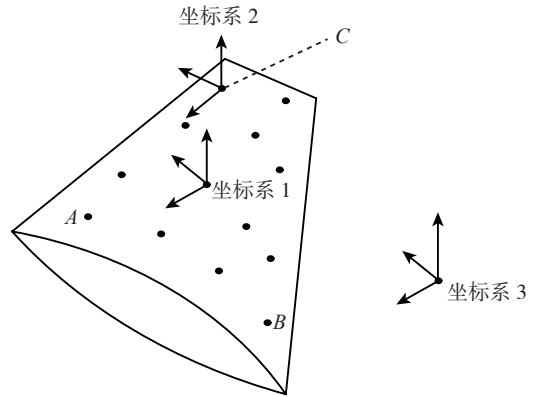


图1 三点法坐标系示意图

Fig.1 Diagram of three point method coordinates

C 表示, 通过这3点构建坐标系2(坐标系1和坐标系3分别是上文所说的局部坐标系和全局坐标系)。三点法的实质是利用坐标系2与坐标系1和坐标系3的转换关系, 推导出坐标系1与坐标系3的转换关系, 具体的推导过程如下所述。

以 C 点为原点, 建立坐标系2, C, A 连线的方向作为坐标系2的 Y 轴; X 轴在 A, B, C 三点组成的平面内, 且与 Y 轴垂直; Z 轴方向通过右手定则确定。由于已知这3个点在坐标系1和坐标系3中的坐标值, 通过这2组值, 即能得到坐标系2与坐标系1旋转转换关系 R_{12} , 及坐标系2与坐标系3旋转转换关系 R_{32} , 点在这3个坐标系中的坐标值存在如下关系:

$$L_1 = R_{12} + T_{12}, \quad (5)$$

$$L_3 = R_{32} + T_{32}. \quad (6)$$

式(5)和式(6)中, $L_i (i=1, 2, 3)$ 表示某点在坐标系 i 中的坐标值, T_{12}, T_{32} 分别表示点 C 在坐标系1和坐标系3中的坐标值, 由(5)和(6)式可以推导出

$$L_3 = R_{32} R_{12}^{-1} L_1 - R_{32} R_{12}^{-1} T_{12} + T_{32}. \quad (7)$$

式(7)也可简化为式(1)的形式, 从而得到坐标系1与坐标系3的转换关系, 即可求出大部件的位姿:

$$\begin{cases} R_{31} = R_{32} R_{12}^{-1} \\ T_{31} = -R_{32} R_{12}^{-1} T_{12} + T_{32} \end{cases}. \quad (8)$$

2.3 最小二乘法

2.3.1 方法概述

从理论上讲, 通过测量3个不共线的点就可以确定大部件的姿态。三点法存在的缺陷是不能减少数据的

误差对位姿计算的影响。在实际工作中,在大部件上布置了许多测量点,原因在于:当采集点的数量比较多时,充分地利用在实测中采集到的全部数据来估计大部件的位姿。求解过程中全部数据的误差可能部分相互抵消,减小了单个数据的误差对位姿计算的影响。如果采用三点法求解位姿,只利用了所获得的完全信息中的某一部分信息,做出的估计较片面。而SVD法应用的前提是假设质点经过坐标变换后完全重合,但是在大部件对接中,由于部件巨大且刚性较差,对接过程中极易发生微小变形,或其他误差因素的影响,使得质点经过坐

标变换后不重合,这有可能影响SVD法计算精度。为了避免以上缺陷,较准确地计算大部件的位姿,采用最小二乘法直接求解大部件位姿矢量 \mathbf{X} ,得到目标函数:

$$F(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n \|R\mathbf{J}_i + \mathbf{T} - \mathbf{P}_i\|^2 \quad (9)$$

现将 n 个点的坐标值代入(9)中,将式(9)简写为:

$$F(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n (f_{i1}^2(\mathbf{X}) + f_{i2}^2(\mathbf{X}) + f_{i3}^2(\mathbf{X})) \quad (10)$$

式(10)中, $f_{i1}(\mathbf{X})$ 、 $f_{i2}(\mathbf{X})$ 、 $f_{i3}(\mathbf{X})$ 分别表示如下含义:

$$\begin{cases} f_{i1}(\mathbf{X}) = c\gamma c\beta J_{ix} + (c\gamma s\beta s\alpha - s\gamma c\alpha) J_{iy} + (c\gamma s\beta c\alpha - s\gamma s\alpha) J_{iz} + x - P_{ix} \\ f_{i2}(\mathbf{X}) = s\gamma c\beta J_{ix} + (s\gamma s\beta s\alpha - c\gamma c\alpha) J_{iy} + (s\gamma s\beta c\alpha - c\gamma s\alpha) J_{iz} + y - P_{iy} \\ f_{i3}(\mathbf{X}) = -s\beta J_{ix} + (c\beta s\alpha J_{iy} - c\beta c\alpha J_{iz}) + z - P_{iz} \end{cases} \quad \circ$$

其中, c 代表 \cos , s 代表 \sin ,求 $F(\mathbf{X})$ 对6个变量的偏导数,求导结果可以表示为:

$$\frac{\partial F(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} = 2 \begin{bmatrix} \frac{\partial f_{i1}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} & \frac{\partial f_{i2}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} & \frac{\partial f_{i3}(\mathbf{X})}{\partial \mathbf{X}} \end{bmatrix} [f_{i1}(\mathbf{X}) \ f_{i2}(\mathbf{X}) \ f_{i3}(\mathbf{X})]^T = 2\mathbf{J}(\mathbf{X})^T f(\mathbf{X}) \quad (11)$$

求大部件位姿的迭代公式可以写成:

$$\mathbf{X}^{(k+1)} = \mathbf{X}^{(k)} - [\mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)})^T \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)})]^{-1} \mathbf{J}(\mathbf{X}^{(k)})^T f(\mathbf{X}^{(k)}) \quad (12)$$

2.3.2 初值选取

对于数值迭代算法,初值的选取对计算速度具有很大的影响。为了较快地计算部件的位姿,可采用三点法的计算结果作为最小二乘法初值,三点法计算结果具有较大的部件拟合误差,但足够满足本课题对初值选取的精度要求。在选取了较好的初值后,最小二乘法的计算速度得到提高。

3 位姿计算方法的比较

3.1 精度的比较

在大部件上布置10个测量点,已知这10个点在局部坐标系下的坐标,用矩阵 \mathbf{J} 表示,设其在全局坐标系中理论坐标值表示为矩阵 \mathbf{P} 。在全局坐标系内,各测量点的实测坐标矩阵 \mathbf{P}' ,设误差范围是 $-0.5 \sim 0.5\text{mm}$ 。 \mathbf{P}' 可表示为

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} + \Delta \mathbf{S} \quad (13)$$

其中, $\Delta \mathbf{S}$ 是误差矩阵;它的每个元素 ΔS_{ji} 是随机产生的数,满足式(14)。

$$-0.5\text{mm} \leq \Delta S_{ji} \leq 0.5\text{mm} \quad \begin{cases} i=1, \dots, n \\ j=1, 2, 3 \end{cases} \quad (14)$$

按照如下方法计算3种位姿算法的精度。

(1)使用 \mathbf{J} 和精确坐标 \mathbf{P} ,分别采用三点法和SVD法,计算大部件的位姿。将三点法计算的位姿作为最小二乘法的初值,得到姿态矩阵 \mathbf{R} 和位置矢量 \mathbf{T} 。由式(15),得到位姿计算误差 $\Delta \mathbf{L}$, $\Delta \mathbf{L}$ 考察的是:无误差

时,位姿计算方法本身的计算精度。

$$\Delta \mathbf{L} = \mathbf{R}\mathbf{J} + \mathbf{T} - \mathbf{P} \quad (15)$$

(2)使用 \mathbf{J} 和实测坐标 \mathbf{P}' ,同样采用3种方法计算姿态矩阵 \mathbf{R}' 和位置矢量 \mathbf{T}' 。由式(16),得到位姿计算误差 $\Delta \mathbf{L}'$, $\Delta \mathbf{L}'$ 考察的是:有误差时,误差对位姿计算方法产生的影响。

$$\Delta \mathbf{L}' = \mathbf{R}'\mathbf{J}' + \mathbf{T}' - \mathbf{P} \quad (16)$$

(3)计算矩阵 $\Delta \mathbf{L}$ 和 $\Delta \mathbf{L}'$ 各列向量的模长,取各列模长的最大值。定义该最大值为部件拟合误差。

3.2 结果分析

在无误差和有误差的情况下,利用3种位姿算法计算位姿,再按式(15)和式(16)计算出部件拟合误差,如表1所示。

表1 3种方法计算的部件拟合误差

位姿算法	拟合误差/mm	
	无误差	误差(-0.5 ~ 0.5 mm)
SVD法	0.001	0.400
三点法	0.001	0.529
最小二乘法	0.001	0.401

从表1中可以看出,在无误差的情况下,3种算法的部件拟合误差很小,均为0.001mm。这说明在不考虑误差,或误差非常小的情况下,利用三点法和最小二乘法计算位姿,都是可取的,并且部件拟合误差也很小。由表1的第3列可以看出,存在误差时,三点法的部件拟合误差较大。相对而言,SVD法和最小二乘法的部件拟

合误差均较小,这说明它们的计算精度相近。

考虑误差计算时,如果选取多个点,计算过程中各点的误差可能相互抵消一部分,从而使最小二乘法和SVD法的部件拟合误差较小。表1中的数据就是采集了10个点的数。因此,测量点的个数对部件拟合误差有很大的影响。

图2所示的是参与计算的点的个数对部件拟合误差的影响,图2采用的是最小二乘法计算。从整体上看,随着参与计算点数的增加,最小二乘法的部件拟合误差逐步减小。取3~6个点时,部件拟合误差较大;取7~10个点时,部件拟合误差较小。因此,在一定范围内,增加计算点的个数,能够减小部件拟合误差。在实际中,通常采集不少于7个点的数进行计算。

前面的计算采用的误差幅值都是0.5mm。为了说明点的误差范围对位姿计算的影响,现改变误差的范围,然后使用最小二乘法进行计算,计算结果如图3所示。

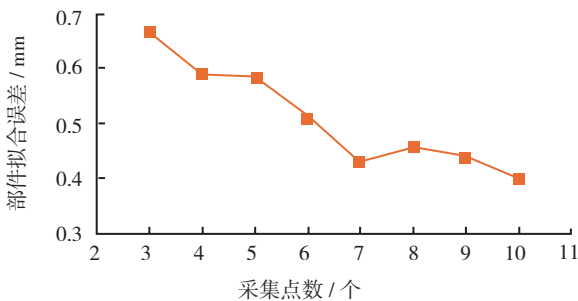


图2 点数选择对最小二乘法计算精度影响
Fig.2 Effect of point number on fitting error of the least square method

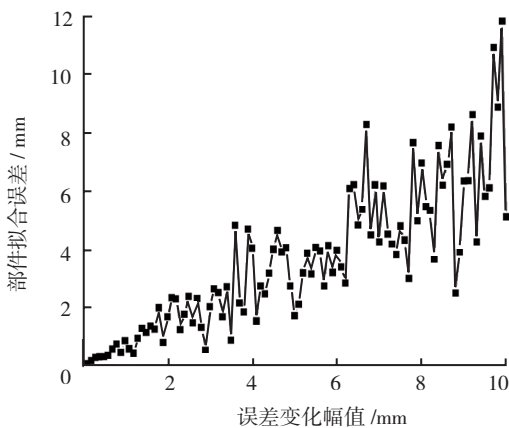


图3 误差范围对最小二乘法计算精度的影响
Fig.3 Effect of point error range on fitting error of the least square method

从图3中可以看出,当误差幅值小于2mm时,部件的拟合误差基本呈线性增长,这说明存在较小误差时,最

小二乘法没有放大点的拟合误差,部件的拟合误差较小;当误差幅值是4mm时,部件的拟合误差较大,还出现了轻微的振荡,在对位姿计算精度不高时,还是可以使用最小二乘法计算;当误差幅值是10mm时,部件的拟合精度出现了振荡,而且还出现了数值不稳定性,这时不能采用最小二乘法计算。因此,在实际中,为了避免出现这种现象,应先剔除误差较大的点,然后再进行计算。

4 结论

通过对大部件对接中位姿计算方法的比较和分析,得出以下结论。

(1) 初始值的选择影响最小二乘法的收敛性和计算速度,采用三点法计算的初值,保证了计算的收敛性,提高了计算速度。

(2) 在不考虑测量数据的误差,或测量误差非常小的情况下,采用三点法和最小二乘法计算位姿都是可取的,并且部件拟合误差很小。

(3) 在一定范围内随着点数增加,最小二乘法部件拟合误差逐渐减小。

(4) 考虑测量数据存在较大的误差时,三点法的部件拟合误差较大。在误差范围较小时,最小二乘法的部件拟合误差较小。

参考文献

[1] 张劲锋,孙承启,蔡伟.基于单目视觉的航天器间相对位姿测量算法.光学技术,2010,36(2):187-192.
 [2] 张志勇,张靖,朱大勇.一种基于视觉成像的快速收敛的位姿测量算法及实验研究.航空学报,2007,28(4):943-947.
 [3] 张斌,姚宝国,柯映林.基于靶点规划理论的机翼水平位姿评估方法.浙江大学学报,2009,43(10):1761-1765.
 [4] K.S.ARUN. Least-squares fitting of two 3-D Point sets.IEEE Transactions on PAMI,1987,9(5):698-700.

(责编 小颖)

(上接第90页)据柱塞座的大小、材料种类、硬度、刚性、塑性、表面的镀层状态、相配卡盘的厚度等因素先来设计收口前的柱塞座的外形,再采用合适的收口方式。

3 实际应用

通过对柱塞组合收口方法和各影响因素的研究,在多种新品柱塞泵的柱塞组合零组件加工中涉及到了前面提到的全铜柱塞座、双金属柱塞座(外表面有特殊镀层要求和无镀层要求的)、全钢柱塞座,都取得了良好的收口效果,并在某型新品中成功实现了单级收口模收口后无需滚松的技术,该技术在国内具有领先的水平。

(责编 良辰)