

基于遗传算法的新型四轴混联机床优化设计*

Optimization Design of a Novel 4-Axis CNC Machine Tool Based on Genetic Algorithm

中航工业航空动力控制系统研究所 陈 静

[摘要] 基于模块化设计技术,提出了一种完全由直线电机驱动的新型四轴混联数控机床,并介绍了其基本结构型式。以该机床并联主轴模块为研究对象,建立了主轴机构运动学方程,并给出了机构的雅克比矩阵。同时,基于遗传算法,以机构的灵巧度为目标对机床主轴进行了优化。经仿真验证表明:机床并联主轴在整个工作空间内操作性能得到了较优的改善。

关键词: 并联主轴机构 雅克比矩阵 遗传算法 优化设计

[ABSTRACT] A novel 4-axis hybrid CNC machine tool driven completely by linear motors is proposed based on the modular design technology, and then its basic structure is described in this paper. To parallel spindle mechanism as a research object, the kinematics equation of parallel spindle mechanism is established, and the Jacobian matrix is presented. Meanwhile, considering the dexterity of parallel spindle mechanism as the target, an optimization design is carried out based on genetic algorithm. The simulation results indicate that operating property of spindle mechanism could be improved better in entire work space.

Keywords: Parallel spindle mechanism Jacobian matrix Genetic algorithm Optimization design

作为新型数控加工装备,并联机床相对于传统数控机床具有刚度高、承载能力强、动态性能好等诸多优点,因而具有十分广阔的应用前景。然而,随着研究的不断深入,研究人员发现多自由度并联机床存在诸多缺陷,如工作空间小、奇异位形、运动耦合、加工精度低等,限制了并联机床的进一步实用化;因此,出现了基于少自由度并联机构的混联机床。混联机床属于并联机床概念范畴,在结构上扩大了工作空间,同时降低了机床设计和控制的难度。可以说,混联机床更具有灵活性和实用性,从而为并联机床的应用拓展了发展空间^[1-2]。并联机构优化设计是以扩大机构的工作空间,提高机构的灵巧度和精度为目标的。对于多目标优化问题,目前存在确定性和非确定性两类方法。前者收敛速度快、计算效率高,但算

法复杂;后者算法简单、容易实现且稳定性好,但其收敛速度较慢^[3]。遗传算法是一种基于自然选择和群体进化机制,在寻求全局最优解方面具有高效性的非确定性目标优化方法^[4]。目前,广泛应用于并联机构相关的全局优化问题中^[5]。

本文基于模块化设计技术,研制开发出完全由直线电机驱动的新型四轴混联数控机床。以该机床并联主轴模块为研究对象,建立了其运动学方程,并基于遗传算法以机构灵巧度为目标对主轴机构的结构参数进行了优化。仿真研究验证表明,优化后的机床并联主轴在其整个工作空间内具有较优的操作性能。

1 新型机床结构描述

基于模块化设计技术,研制开发了一种完全由直线电机驱动的新型四轴混联数控机床,主要用于铣削一般航空铝合金零件,物理样机如图1所示。该机床采用混联式单立柱结构,主要由2-DOF 并联主轴头和XY工作台2大功能模块组成;除此之外,还包括配重机构、立柱

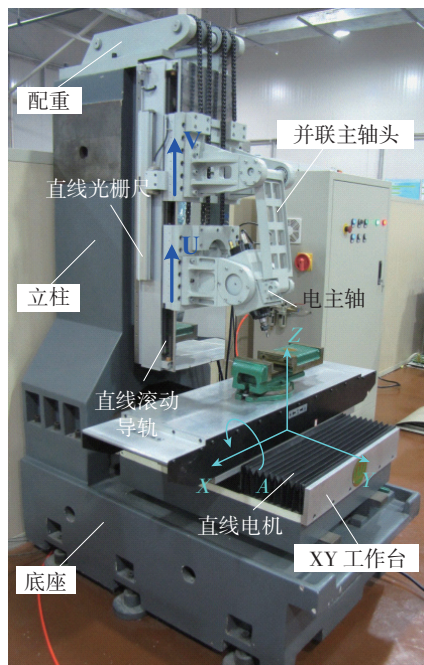


图1 新型四轴混联数控机床物理样机

Fig.1 Physical prototype of novel 4-axis hybrid CNC machine tool

* 国家科技支撑计划项目(2006BAF01B09)资助。

和底座 3 大部分。并联主轴头为非对称式 P3RP 构型，由单边直线电机双动子驱动结构实现“Z 轴平动 + A 轴转动”两自由度运动；XY 工作台为“十”字形串联结构，由双直线电机驱动实现“X 轴 + Y 轴”的 XY 平面运动。

在 2-DOF 非对称式 P3RP 并联主轴机构中，P 定义为 Z 轴方向与滚动直线导轨滑块及直线电机动子联接的两个滑座(文中定义下滑座运动轴为 U 轴，上滑座运动轴为 V 轴)，定长杆通过旋转副(R)分别与摆动平台和 V 轴滑座相连，摆动平台则通过旋转副(R)与 U 轴滑座相连，从而构成 P3RP 型非对称式并联机构。当单边直线电机的双动子在竖直导轨上以不同速度运动时，上下滑座驱动摆动平台和定长杆，使得摆动平台作“Z 轴平动 + A 轴转动”两自由度运动，设计工作空间为 $[z, \theta] = [0 \sim 320\text{mm}, 0 \sim 1.57\text{rad}]$ ，即主轴头可实现立卧转换功能。

2 运动学分析

2.1 运动学方程的建立

在图 2 中，以主轴轴线与 XY 工作台交点位置为原点建立固定坐标系 {S}：O-YZ，其 Y 轴为水平方向，Z 轴为竖直导轨方向；以摆动平台的转动点 t (与 A 点重合) 看作机构运动的输出点建立动坐标系 {M}：t-yz，y 轴为水平方向，Z 轴为 TA 方向。图 2 中，摆动平台在 O-YZ 平面内作 Z 轴平动和绕 X 轴转动两自由度运动， l_1 为铰链点 A 和 B 回转中心的距离； l_2 为铰链点 B 和 C 回转中心的距离；Q 点为机构的运动奇异点，由分析可知在其运动空间之外，故在文中不作详细讨论。假定摆动平台在机床坐标系 O-YZ 中的位姿为 (z, θ) ， θ 为摆动平台的偏转角(逆时针方向为正)。由几何关系可得：

$$\delta = \tan^{-1} \frac{h+r}{a-b}, \quad (1)$$

$$l_1 = \sqrt{(a-b)^2 + (h+r)^2}, \quad (2)$$

式中， δ 为 l_1 与 l_{TA} 的固定夹角， a 为 A 点到摆动平台下端面 m 的垂直距离， b 为 B 点到平面 m 的垂直距离， h 为 B 点到摆动平台右端面 n 的垂直距离， r 为摆动平台轴线到平面 n 的径向距离。

由图 2 可得机床主轴机构的位置矢量关系，如图 3 所示。由图 3 可知，动坐标系 t-yz 在固定坐标系 O-YZ 中的位置向量为 (z, θ) ；OA 矢量在 O-YZ 中的位置为 $(0, z_1)$ ，OC 矢量在 O-YZ 中的位置为 (e, z_2) ； l_1 在 O-YZ 中的矢量为 AB， l_2 在 O-YZ 中的矢量为 BC； ψ 为矢量 AB 与 Z 轴逆时针方向夹角， φ 为过 C 点作 Z 轴平行线，按逆时针方向转至与 BC 矢量重合时所扫过的夹角， $0 \leq \varphi < \pi/2$ ； $Z_0(0, s_0)$ 为下滑座(或 t 点)的初始位置点， $Z_1(0, s_1)$ 为下滑座(或 t 点)行程的最大位置点， $Z_2(0, s_2)$ 为

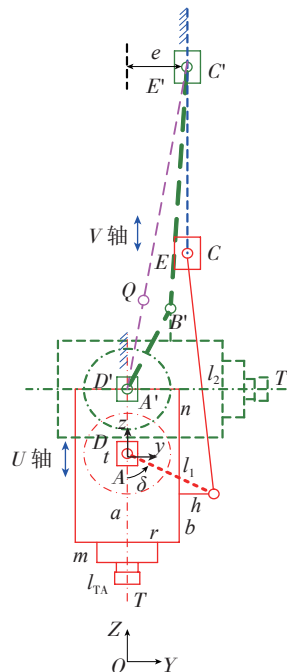


图2 机构运动学简图
Fig.2 Diagram of kinematics of mechanism

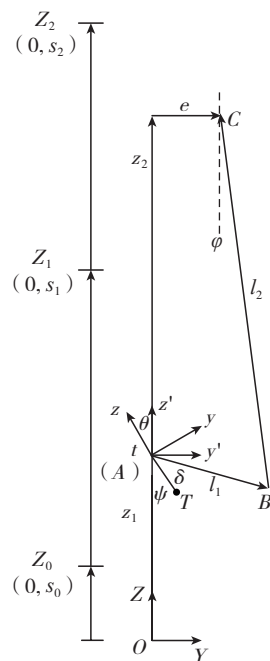


图3 位置矢量关系图
Fig.3 Vector diagram of positional relationship

上滑座行程的最大位置点。

由图 3 可知，封闭矢量方程如下式所示：

$$OC = OA + AB + BC \quad (3)$$

在固定坐标系 O-YZ 中，列式(1)的投影方程，得运动学方程如下：

$$\begin{aligned} z_2 - z_1 &= l_2 \cos \varphi - l_1 \cos \psi, \\ l_1 \sin \psi - l_2 \sin \varphi &= e, \\ z &= z_1. \end{aligned} \quad (4)$$

式中， $\psi = \theta + \delta$ 。

综合图 3 中的几何关系，则机构的运动约束方程为：

$$\begin{aligned} S_0 &\leq Z_i \leq S_i, \quad i = 1, 2, \\ \sqrt{l_2^2 - (l_1 \sin \delta - e)^2} - l_1 \cos \delta &\leq z_2 - z_1 \\ &\leq \sqrt{l_2^2 - (l_1 \cos \delta - e)^2} + l_1 \sin \delta, \\ S_0 &\leq Z \leq S_i, \quad 0 \leq \theta \leq \pi/2. \end{aligned} \quad (5)$$

给定 (z, θ) 后，由运动学方程(4)和约束条件(5)可得机构运动学逆解为：

$$\begin{aligned} z_1 &= z, \\ z_2 &= z - l_1 \cos(\theta + \delta) + \sqrt{l_2^2 - [l_1 \sin(\theta + \delta) - e]^2}. \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 运动雅克比矩阵

雅克比矩阵 J 在并联机构运动学中是一个十分重要的参数，它表示机构输入与输出的微分关系。利用雅克比矩阵，可以方便地进行机构速度分析、加速度分析、静

力学分析和灵巧度分析等。

雅克比矩阵定义为：

$$\dot{q} = J_t \dot{p} \quad (7)$$

式中， $\dot{q} = [\dot{z}, \dot{\theta}]^T$ ， $\dot{p} = [\dot{z}_1, \dot{z}_2]^T$ ， J_t 是以 t 为输出 z 点时并联主轴机构的雅克比矩阵。

对式(6)求导，由此可得并联主轴机构在 t 点处的雅克比矩阵为：

$$J_t = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad (8)$$

式中， $J_{21} = \partial\theta/\partial z_1$ ； $J_{22} = \partial\theta/\partial z_2$ 。

3 并联主轴机构设计

3.1 确定结构参数 a 、 r 、 b 、 h 、 l_1 和 δ

当主轴受切削力作用时，考虑摆动平台在偏摆过程中需满足一定的力矩平衡要求，由此可得：

$$|a - b| \geq 50 \quad (9)$$

由图 2 和式(6)可知，假定 $e=0$ ，为了避免机构运动学正解 $\theta \in [0, \pi/2]$ 解空间内发生奇异，因此 l_1 的初始位置角 必须满足：

$$0 < \delta \leq \pi/2, \text{ 即 } 0 < b \leq a \quad (10)$$

根据所选用电主轴的外形尺寸及其安装尺寸要求，由式(1)、(2)和(9)、(10)可得 P3RP 型并联主轴机构设计的基本参数，如表 1 所示。

表1 机床并联主轴机构基本结构参数 mm

参数	a	r	b	h	l_1	δ
数值	100	60	20~50	40~60	100~138	0.96~1.57

3.2 确定结构参数 l_2 和 e

针对该 P3RP 型并联机构，在考虑机构参数设计时，假定滑座 D 固定不动，由此该机构可视为 3RP 构型的四杆机构，如图 4 所示。行程速比系数 K 、最小传动角 γ_{\min} 和连杆与曲柄长度比 λ ($\lambda = l_2/l_1$) 是表征、衡量机构运动特性和传动质量的几项重要性能指标。一般来说，行程速比系数 K 越大，急回特性越显著，辅助时间越短；最小传动角 γ_{\min} 越大，运动越轻便，传动效率越高；连杆与曲柄长度比值 λ 越大，则输出速度幅值越小，运动平稳性越好^[6]。根据机床并联主轴头的设计要求和运动特性，故基于 $\max(\gamma_{\min})$ 条件设计机构尺寸参数。

由图 4 中的几何关系可得：

$$\frac{s}{\sin \alpha} = \frac{l_2 - l_1}{-\sin \beta} = \frac{l_2 + l_1}{-\sin(\alpha + \beta)} \quad (11)$$

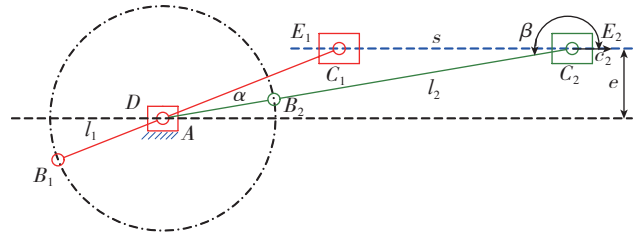


图4 机构简化示意图
Fig.4 Diagram of mechanism

$$e = (l_1 + l_2) \sin(\beta - \pi) = s \cdot \frac{\sin(\alpha + \beta) \sin \beta}{\sin \alpha} \quad (12)$$

$$\gamma_{\min} = \arccos \frac{l_1 + e}{l_2} \quad (13)$$

式中， s 为滑座 E 的两个死点位置行程； α 为极位夹角， $0 < \alpha < \pi/2$ ； β 为 c_2 矢量沿逆时针方向运动到 l_2 所扫过的夹角， $\pi < \beta \leq (3\pi/2) - \alpha$ ； e 为偏置距离； γ_{\min} 为最小传动角，即连杆 l_1 运动到垂线方向时，连杆 l_2 与滑座导路垂线的夹角。

由式(11)和(12)代入式(13)，根据和差化积公式可得：

$$\gamma_{\min} = \arccos \frac{\cos(\frac{\alpha}{2} + \beta) \sin \frac{\alpha}{2} - \sin(\alpha + \beta) \sin \beta}{\sin(\frac{\alpha}{2} + \beta) \cos \frac{\alpha}{2}} \quad (14)$$

由式(14)可知：①最小传动角 γ_{\min} 与极限位置行程 s 无关，只与极位夹角 α 相关；②在极位夹角 α 一定的情况下， γ_{\min} 只与 β 相关，即 γ_{\min} 随 C 点的位置改变而变化。根据 α 和 β 的取值范围，由式(14)可绘制出最小传动角 γ_{\min} 与 α 和 β 的关系曲面，如图 5 所示。

由图 5 可知，该曲面呈一脊状面；将其在 $\beta - \gamma_{\min}$ 坐标下投影，可得到一系列近似呈抛物线的曲线族，令 $\beta = \beta^*$ 时， γ_{\min} 取得最大值。定义一脊线函数 f ，如图 5 所示。

$$f = \{\max(\gamma_{\min}) | 0 < \alpha < \pi, \pi/2, \beta = \beta^*\} \quad (15)$$

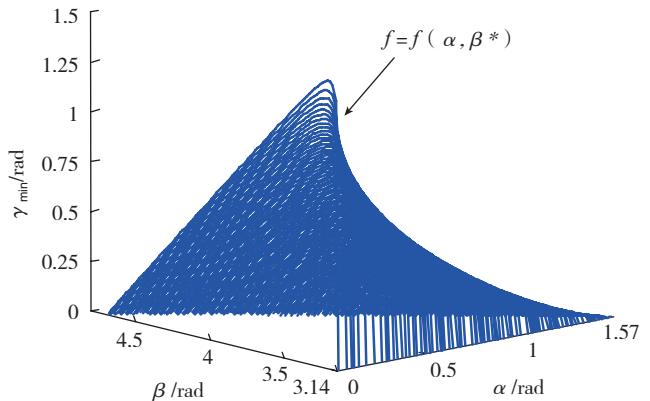


图5 γ_{\min} 与 α 和 β 的关系曲面
Fig.5 Relationship surface on γ_{\min} and α, β

式中,函数 f 随着 α 的增大而减小,即急回特性越明显,故机构传力性能较差;为了使主轴机构具有良好的传力性能和运动平稳性,由此可得机构基本设计条件为:

$$\gamma_{\min} \geq [\gamma] = 0.7\text{rad}, 0 < \alpha \leq 0.39\text{rad}. \quad (16)$$

当 $\alpha=0.39\text{rad}$ 时,由式(15)可求得 $\max(\gamma_{\min})=0.7071\text{rad}$, $\beta^*=3.3793\text{rad}$ 。因此,为了使机构具有较好的传力性能和运动平稳性,由式(12)、(13)和(16)可得:

$$l_2/l_1 \geq 2.3386. \quad (17)$$

由 Z 轴直线电机单边双动子结构安装的尺寸要求,以及在 Z 轴总长限定的条件下,如何获得较大的 Z 轴工作行程,因此结合式(17)可得, $l_2 \in [323, 400]\text{mm}$ 。另外,根据设计要求可知, $e \in [0, 100]\text{mm}$ 。

4 以灵巧度为目标的结构参数优化

4.1 优化目标

机构的雅克比矩阵条件数是衡量机构灵巧度的一种常用指标。设并联机构的雅克比矩阵是一个 $m \times n$ 的矩阵,则雅克比矩阵的奇异值 σ_i 可以表示:

$$\sigma_i = \begin{cases} \sqrt{\lambda_i(\mathbf{J}^T \mathbf{J})}, & i = 1, 2, \dots, m (m \leq n) \\ \sqrt{\lambda_i(\mathbf{J} \mathbf{J}^T)}, & i = 1, 2, \dots, n (m \geq n) \end{cases}, \quad (18)$$

式中, $\lambda_i(\mathbf{J}^T \mathbf{J})$ 表示矩阵 $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ 的特征值。

雅克比矩阵的条件数定义为:

$$1 \leq \kappa_J = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\min}} < \infty, \quad (19)$$

式中, σ_{\max} 和 σ_{\min} 分别表示工作空间中雅克比矩阵的最大和最小奇异值。

雅克比矩阵条件数是一个 ≥ 1 的正数,越接近1说明机构的操作性越好;反之则机构的操作性变差,当达到机构的奇异位姿时,这个数值将会变得非常大。因此,在机构设计时可用此参数衡量机构的灵巧度。为了综合考虑该机构在 $[0, \pi/2]\text{rad}$ 偏转空间中的操作性能,这里定义了一个灵巧度的全局指标^[7]:

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{1}{\kappa_J}}{n}. \quad (20)$$

式(19)代表了该机构在 $[0, \pi/2]\text{rad}$ 偏转范围内雅克比条件数的均值, $0 < \eta \leq 1$ 。取值的时候是将偏转角 $[0, \pi/2]\text{rad}$ 平均分为 n 等份,分别计算每等份的雅克比条件数倒数,并求和得其平均。这个指标值越大说明机构的灵巧度越好。由此可得,机构设计的优化目标函数为:

$$\begin{aligned} f(W) &= \max(\eta) \\ \text{s. t. } W &\in [W_{\min}, W_{\max}], \end{aligned} \quad (21)$$

式中, $W=[b, h, l_2, e]$ 为本机构需要优化的变量。

4.2 基于遗传算法的结构参数优化

遗传算法是模拟自然界遗传机制和达尔文生物进化论的一种并行随机搜索最优化方法,广泛应用于工程中的多变量优化问题。其基本步骤包括染色体编码、初始种群生成、个体适应度评估、遗传操作等,其中选择、交叉和变异构成了遗传算法的核心^[5]。

对于该并联机构,取 $n=180$,染色体的长度为40位,其中 b 、 h 、 l_2 和 e 分别占10位编码。种群的个数为100,交叉概率为0.8,变异概率为0.05。根据式(21)描述的优化目标,经过30代遗传优化,最优结果经圆整后得 $W_{30}=[50, 40, 360, 50]$,其遗传算法收敛过程如图6所示。

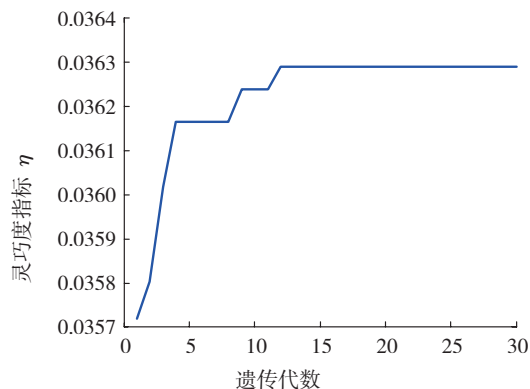


图6 遗传算法收敛过程

Fig.6 Convergence process of genetic algorithm

为了验证结构参数的优化效果,依次假定优化变量中的某一个变量发生变化,而另外3个变量不变,分为4种情况进行数值仿真:① $b=[20, 35, 50]\text{mm}$, h 、 l_2 和 e 不变;② $h=[40, 50, 60]\text{mm}$, b 、 l_2 和 e 不变;③ $l_2=[330, 360, 390]\text{mm}$, b 、 h 和 e 不变;④ $e=[0, 50, 100]\text{mm}$, b 、 h 和 l_2 不变。由此得到雅克比矩阵条件数与优化变量间的变化关系曲线如图7所示。

由图7(a)可知,条件数随 b 值的增大而减小;由图7(b)可知,条件数随 h 值的增大而增大;由图7(c)可知, l_2 的变化对条件数没有太大的影响;由图7(d)可知,条件数随 e 值的增大先增大,在 0.48rad 后逐渐减小。因此,由多变量全局优化算法,综合考虑 b 、 h 、 l_2 和 e 4个变量对雅克比矩阵条件数的影响,得到上述的优化结果。

5 结论

本文基于模块化设计技术,研制开发了一种完全由直线电机驱动的新型四轴混联数控机床。通过对机床并联主轴模块的运动学分析,建立了运动学方程和雅克比矩阵,并利用遗传算法对该机床并联主轴机构的结构参数进行了优化。经数值仿真验证表明:在整个工作空间

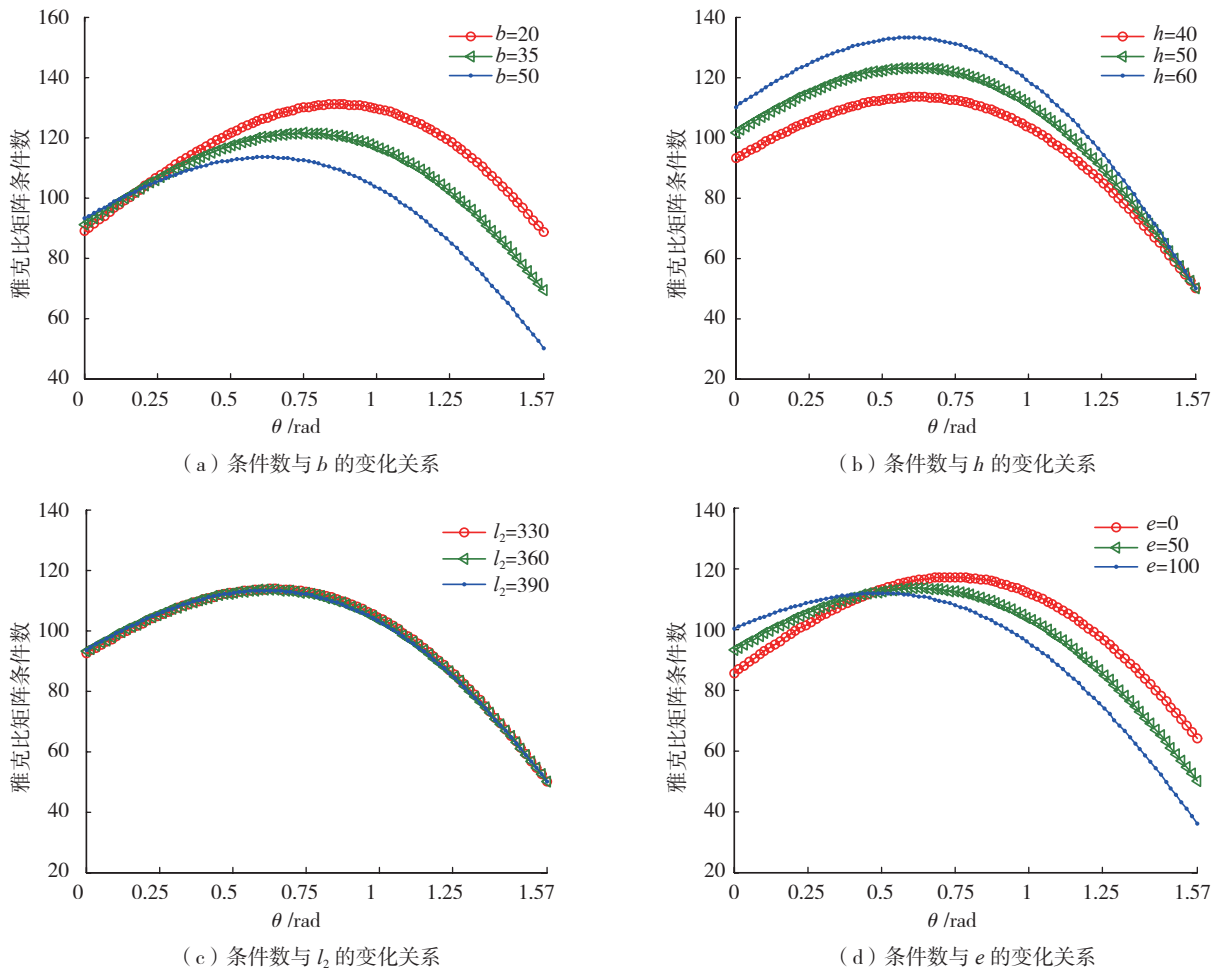


图7 雅克比矩阵条件数与优化变量间的变化关系
Fig.7 Changes in relationship between jacobian matrix condition number and optimization variables

内,优化后的机床主轴操作性较好,且无运动干涉和奇异发生。

参考文献

[1] 张曙, Heisel U. 并联运动机床. 北京: 机械工业出版社, 2003.
 [2] 汪劲松, 李铁民, 段广洪. 并联机构型装备的研究进展及若干关键技术. 中国工程科学, 2002, 4(6): 63-70.
 [3] 李冰, 李剑锋, 费仁元. 基于遗传算法的并联微动机器人的机构优化设计. 中国机械工程, 2007, 18(5): 554-559.
 [4] 安改娣, 李强, 梁丽君. 并联机构智能优化设计方法研究. 内蒙古工业大学学报, 2005, 24(2): 148-153.
 [5] 陈静, 刘强. 基于遗传算法的新型 2-DOF 并联机构优化设计. 机械设计, 2008, 25(2): 21-23.
 [6] 成大先. 机械设计手册 - 机构. 北京: 化学工业出版社, 2004.
 [7] 白志富, 韩先国, 陈五一. 基于冗余驱动的大姿态角并联机构优化设计. 北京航空航天大学学报, 2006, 32(7): 856-859.

(责编 深蓝)

(上接第 77 页)

参考文献

[1] 古托夫斯基 T G. 先进复合材料制造技术. 北京: 化学工业出版社, 2004.
 [2] 邓磊明. 先进拉挤 II 型梁工艺参数控制与性能研究 [D]. 南京: 南京航空航天大学, 2012.
 [3] 《中国航空材料手册》编辑委员会. 中国航空材料手册·第 6 卷: 复合材料 / 胶黏剂. 北京: 中国标准出版社, 2002: 5-8.
 [4] 杨乃宾, 梁伟. 大型民机机体结构用复合材料分析. 航空制造技术, 2009(5): 68-70.
 [5] Dale B. Advanced pultrusion takes off in commercial aircraft structures. 2003.
 [6] 齐俊伟, 李勇, 肖军. 先进拉挤成形技术及其在大飞机复合材料结构中的应用. 航空制造技术, 2011(15): 58-60.
 [7] 赵渠森, 谢富源, 黎观生, 等. 先进复合材料手册. 北京: 机械工业出版社, 2003.
 [8] Makoto O, Shuntaro K. Method and apparatus for molding thermosetting composite material. US: 20050140045, 2005-06-30.
 [9] 宋伟, 齐俊伟, 肖军, 等. 碳纤维 / 环氧预浸料的热固化工艺研究. 玻璃钢 / 复合材料, 2011(1): 48-51.

(责编 深蓝)