

# 螺栓联接结构弯曲刚度优化设计\*

## Optimization Design of Bending Stiffness of Bolted Structure

沈阳航空航天大学航空航天工程学院  
辽宁省航空推进系统先进测试技术重点实验室

田晶 艾延廷 赵丹 武威

**[摘要]** 通过使用增强拉格朗日法模拟螺栓联接接触问题,并进行模态计算,所得的计算结果与模态试验结果有较好的一致性。对算例模型全参数化建模,分析影响螺栓联接结构抗弯刚度参数的灵敏度。最后,通过响应面方法对螺栓联接结构进行优化,使结构的弯曲刚度增加了 0.92%。研究表明,在结构材料等参数不变的前提下,通过合理的进行螺栓联接结构设计,能够提高结构的弯曲刚度。

**关键词:** 刚度 模态试验 灵敏度 响应面

**[ABSTRACT]** By using augmented lagrange method to simulate the contact issue of bolted structure, and modal calculation, the results have good agreement with experiment's. The sensitivity analysis about bolt joint structure stiffness parameters is studied. Finally, the bolt joints structure is optimized by the method of response surface. Then the bending stiffness of the structure has increases 0.92% through the structure optimization. The research shows that when structural materials and other parameters is constant, the bending stiffness will be increased by reasonable design about the bolt joint structure.

**Keywords:** Stiffness Modal test Sensitivity Response surface

螺栓联接是工程中常见的联接方式,螺栓联接结构的几何参数对整个螺栓联接结构的刚度有直接的影响<sup>[1]</sup>。因此,螺栓联接结构设计对于航空发动机结构具有重要的意义。

长期以来,螺栓联接结构设计和改进主要是在试验的基础上完成的,因此周期长,费用高,对设计人员经验依赖程度大。随着计算机技术的快速发展和有限元技术的日臻成熟,数值仿真在螺栓联接结构设计中承担了越来越多、越来越重要的工作,同时,随着优化理论和优化计算技术的快速发展,优化设计已经成为诸多工程设计领域的热点问题。将优化设计技术引入到螺栓联接结构设计领域,完成设计—分析—改进的

循环过程,可以有效地提高效率,降低成本,并获得更优的设计结果<sup>[2-3]</sup>。

近年来,有限元技术用来研究螺栓联接结构,取得了一定的成果。但是,大多数学者只关心螺栓联接结构的整体动力特性,如模态参数等,而忽视了螺栓联接结构的几何参数对其动力特性的影响,更缺乏对螺栓联接结构进行多参数分析。随着国内外相关学者对螺栓联接结构研究的不断深入,影响螺栓联接结构振动特性的参数逐渐被人们了解。研究表明,对于螺栓联接结构,结构的几何参数对其刚度有很大的影响。如法兰的厚度,转接圆角的直径等参数都影响了结构的弯曲刚度的大小。

面对螺栓联接结构工作环境的越来越复杂,同时设计要求也不断提高,因此,对螺栓联接结构进行优化设计已经成为必然。本文基于响应面法对典型的螺栓联接结构进行优化设计,即,针对各种可能的结构形式选取最佳的设计方案。首先,对算例模型进行全参数化建模;然后,对所选取的参数进行灵敏度分析,根据分析得到的结果选取优化参数;最终,对螺栓联接结构参数进行优化设计。

## 1 螺栓联接结构模态分析

### 1.1 螺栓联接接触算法

在螺栓联接结构数值仿真时,如何正确处理接触问题成为关键性工作。螺栓联接结构之间的接触属于非线性接触范畴<sup>[4]</sup>,在 ANSYS 中提供了罚函数法、拉格朗日法、增强拉格朗日法等接触算法。

拉格朗日法的特点是引入界面约束,因此能得到更精确的结果。但它增加了方程的自由度数,并且方程的系数矩阵中包含零对角元素,这样带来求解的不便。

罚函数法和拉格朗日法相比较,其特点是不增加求解问题的自由度,而且使求解方程的系数矩阵保持正定。但是,约束条件的精确程度不够好。在求解接触问题时罚函数的大小将受到严格的限制。

目前,对于螺栓联接结构之间的接触问题,广泛采用增强拉格朗日方法进行求解,它是拉格朗日法和罚函数法的组合。增强拉格朗日法改善了矩阵的适应性,同

\* 航空科学基金(50905146)资助。

时改善了罚参数的选择。

考虑接触域内附近有边界条件  $C(u)=0$  的泛函  $\Pi$  的驻值问题,对于给定的罚参数  $\alpha$  和拉格朗日乘子  $\lambda$ , 可以将附加条件引入泛函

$$\bar{\Pi} = \Pi + \int_{\Omega} \lambda^T C(u) d\Omega + \alpha \int_{\Omega} C^T(u) C(u) d\Omega. \quad (1)$$

为满足约束  $C(u)=0$ , 罚参数  $\alpha$  不需要设置太大。这样改善了方程的适应性。因此在求解接触问题时得到了广泛的应用。

### 1.2 PolyMAX 模态识别算法

LMS 公司最新推出的 LMS Test.Lab 中 PolyMAX 模态识别方法是目前国际上最流行的模态分析方法中的一种。PolyMAX 算法以自、互谱矩阵为基础,其数学模型如下:

$$[H(w)] = [B(w)][A(w)]^{-1}, \quad (2)$$

式中,  $[H(w)]$  是频响函数矩阵。  $[H(w)]$ 、  $[B(w)]$ 、  $[A(w)]^{-1}$  分别是  $l \times m$ 、  $m \times m$  矩阵,其中,  $m$  为输入参考通道数,  $l$  为输出参考通道数。令,

$$[B(w)] = \sum_{r=0}^p Z^r [\beta_r], \quad (3)$$

$$[A(w)] = \sum_{r=0}^p Z^r [\alpha_r], \quad (4)$$

$$Z = e^{-jw\Delta t}, \quad (5)$$

式中,  $[\beta_r]$  ( $l \times m$  矩阵) 为分子矩阵多项式系数;  $[\alpha_r]$  ( $m \times m$  矩阵) 为分母矩阵多项式系数;  $p$  为数学模型阶次;  $Z$  为多项式基函数,  $\Delta t$  是时域数据的抽取间隔。

选择任意频率  $w_k$ , 由测量的频响函数  $\text{FRF}[\hat{H}(w_k)]$  列出方程,取不同频率列出足够数量的方程,对非线性参数识别问题做一定的线性化处理,便可用最小二乘法得到未知的分子、分母矩阵多项式系数  $[\beta_r]$ 、  $[\alpha_r]$  ( $r=0, 1, \dots, p$ ), 通常取  $[\alpha_p]=[I]$ 。

在求和的 FRF 图上建立稳态图,即,取不同的模型阶次  $p$ , 计算出相应的极点和模态参与因子。如果模态频率、阻尼比和模态参与因子在规定的容差范围内不随  $p$  的取值不同而变化,就在图上注上符号“S”,由此可以确定分析频带内物理模态的阶次  $N$ , 并筛选出相应的极点和参与因子。

### 1.3 试验模态分析

本文使用 LMS SCADAS III 型振动测量和分析系统及 TestLab 软件进行振动测试与分析。试验系统如图 1 所示。

试验件为两个长 200mm、宽 40mm、厚 10mm 的 L 型梁,梁结构螺栓安装边高 40mm。其中一个梁一端固定,另一端与另一梁通过 3 个螺栓连接,组成一个组合



图1 试验系统

Fig.1 Test system

式的“L”型螺栓连接结构。测量时仪器的设定频率测量范围为:  $0 \sim 4096$  Hz, 两个 L 型梁通过螺栓连接, 一端用螺栓和铁板固定在质量较大的试验台上, 夹持长度为 70mm, 其中螺栓为  $M6 \times 30$  的标准件。梁的另一端接一质量较轻的加速度传感器。

试验中分别测得“L”型螺栓连接结构在拧紧力矩

表1  $1N \cdot m$  的拧紧力矩下结构固有频率 (Hz)

阶数	有限元	试验	误差 /%
第 1 阶	71.4	71.8	0.56
第 2 阶	383.5	385.6	0.54
第 3 阶	1138.9	1141.0	0.18
第 4 阶	2012.9	1998.0	0.74

表2  $3N \cdot m$  的拧紧力矩下结构固有频率 (Hz)

阶数	有限元	试验	误差 /%
第 1 阶	71.5	71.9	0.56
第 2 阶	385.1	386.9	0.46
第 3 阶	1141.3	1144.4	0.27
第 4 阶	2051.0	2045.2	0.28

表3  $5N \cdot m$  的拧紧力矩下结构固有频率 (Hz)

阶数	有限元	试验	误差 /%
第 1 阶	71.5	72.0	0.69
第 2 阶	386.0	388.1	0.54
第 3 阶	1142.7	1145.5	0.24
第 4 阶	2071.4	2065.2	0.30

分别为  $1\text{N}\cdot\text{m}$ ,  $3\text{N}\cdot\text{m}$ ,  $5\text{N}\cdot\text{m}$  下的前 4 阶固有频率。

### 1.3 结果分析

算例模型材料弹性模量取  $200\text{Gpa}$ , 泊松比取  $0.3$ , 密度取  $7850\text{kg}/\text{m}^3$ 。通过使用 ANSYS 软件对算例模型进行模态分析, 并与试验结果进行对比分析, 结果如表 1、表 2、表 3 所示。

由表 1、表 2、表 3 可以看出, 有限元计算结果与模态试验所得结果吻合较好。不仅说明了螺栓拧紧力矩的大小对结构的模态频率值有较大的影响, 同时也证明了本文接触算法选取合理。为进一步深入研究影响螺栓联接结构刚度问题做了很好的验证。

## 2 螺栓联接结构优化设计

对于螺栓联接结构, 螺栓联接处的结构参数和接触情况对结构的弯曲刚度有很大的影响。通过对联接结构参数进行研究, 能更好的得出影响螺栓联接结构刚度的因素, 为今后的螺栓联接结构优化设计打下基础。

### 2.1 螺栓联接结构参数化建模

本文所计算的模型采用全参数化建模<sup>[5]</sup>。其中螺栓数量改为 1 个, 因此, 能更准确反映螺栓预紧力对结构的敏感性。螺栓联接结构示意图如图 2 所示。

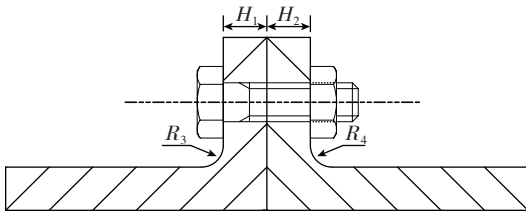


图2 算例结构示意图  
Fig.2 Example diagram

### 2.2 螺栓联接结构分析参数选取

典型的螺栓联接结构如图 3 所示。Rotsher 是计算螺栓联接结构之间接触半径的开创者<sup>[6]</sup>。他认为螺栓联接结构之间的压力是以  $\alpha$  为  $45^\circ$  的截面锥体分布的。并提出了螺栓联接结构的接触半径的计算公式

$$c = b + t(\tan \alpha) \quad (6)$$

Chandrashekhara 和 Muthanna 通过研究<sup>[7-8]</sup>, 提出  $\alpha$

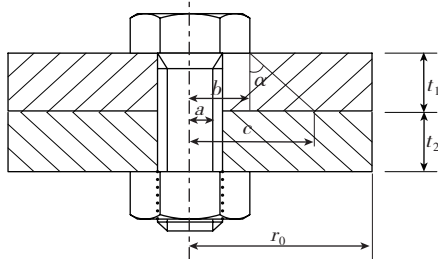


图3 螺栓联接结构几何图形  
Fig.3 Bolted joint geometry

是  $b/a$  的函数, 随着  $b/a$  的增大,  $\alpha$  的值相应减小。因此, 当螺杆半径  $a$  为常数时, 螺栓头直径与螺母直径对螺栓联接结构的接触面积有影响。同时, 由式(2)也可以看出, 联接法兰的厚度对接触面积也有很大的影响, 它们都是通过影响接触面积进而影响螺栓联接结构的法向接触刚度。

国内学者饶柱石依据赫兹理论<sup>[9]</sup>, 通过微观概率学对两个粗糙表面之间的接触进行了分析研究。得出两个实际表面之间的法向接触刚度不仅与所受到的载荷有关, 而且与接触面的粗糙度有很大关系, 粗糙度越大, 结构的法向接触刚度越大。

文献[10]对某型航空发动机延伸机匣进行光弹性实验研究, 表明螺栓联接结构的转接圆角处结构截面突变, 应力集中严重, 因此, 转接圆角是螺栓联接结构设计的关键部位。转接圆角不仅对结构的强度有影响, 对整个结构的刚度也有较大的影响。

本文使用 ANSYS Workbench 中的 Design Modeler 模块进行全参数化建模, 分析的参数为法兰厚度  $H_1$ 、 $H_2$ , 螺栓头与法兰接触半径为  $R_1$ , 螺母与法兰接触半径为  $R_2$ , 左侧结构转接圆角  $R_3$ , 右侧结构转接圆角  $R_4$ , 螺栓联接结构之间的摩擦系数, 螺栓拧紧力矩  $M$ 。其余结构参数为不可变量, 大小为上文所述。分析参数和可调范围如表 4 所示。

表4 分析参数和可调范围

序号	参数	设计值	下限	上限
1	$H_1/\text{mm}$	10	9	11
2	$H_2/\text{mm}$	10	9	11
3	$R_1/\text{mm}$	6	5	7
4	$R_2/\text{mm}$	6	5	7
5	$R_3/\text{mm}$	5	4	6
6	$R_4/\text{mm}$	5	4	6
7	$\mu_l$	0.15	0.1	0.2
8	$M/(\text{N}\cdot\text{m})$	3	1	5

### 2.3 螺栓联接结构参数灵敏度分析

对上述算例模型进行整体静刚度分析, 对左侧构件的端面施加固定约束, 右侧构件端面作用方向垂直向下, 大小为  $1000\text{N}$  的力, 通过静力学分析得到, 结构最大位移为  $41.52\text{mm}$ , 同时, 结构约束端的最大应力远小于材料的许用应力, 故满足强度条件。

考虑到涉及的几何参数很多, 而其中有些参数可能对螺栓联接处的刚度影响很小, 因此, 没有必要考虑为随机变量。对结构整体静刚度进行几何参数灵敏度分

析,其结果如图4所示。

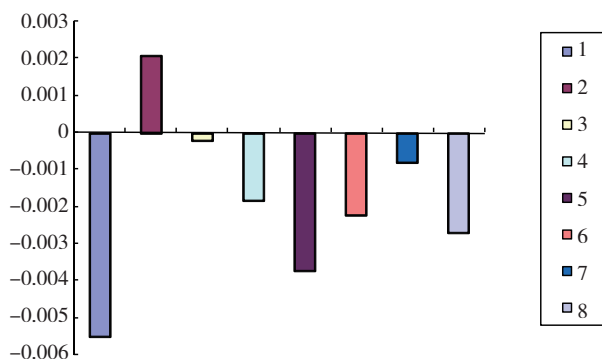


图4 几何参数敏感度分析结果

Fig.4 Analysis result of geometric parameter sensitivity

从图4中可以明显看出,影响螺栓联接结构刚度最显著的4个参数为,左侧结构法兰处的厚度 $H_1$ ,左侧结构转角圆角 $R_3$ ,右侧结构转角圆角 $R_4$ ,螺栓拧紧力矩 $M$ 。

## 2.4 多目标驱动优化设计

本文基于响应面法对联接结构进行优化设计。采用ANSYS软件对算例进行静力学分析,最终获得响应面模型。

响应面法假设随机输入变量对于随机输出变量的影响可以用数学函数来表示。因此,响应面法在随机输入变量空间中定位采样点,使得近似函数最有效。通常,函数是一个二次多项式,那么拟合函数 $Y$ 可以表示为:

$$\hat{Y} = c_0 + \sum_{i=1}^{NVR} c_i x_i + \sum_{i=1}^{NVR} \sum_{j=1}^{NVR} c_{ij} x_i x_j, \quad (7)$$

其中, $c_0$ 是常数项, $c_i$  ( $i=1, \dots, NVR$ )是线性项系数, $c_{ij}$  ( $j=1, \dots, NVR$ )是二次项系数。为得到这些系数要使用回归分析,通常使用最小二乘法。

依据随机参数灵敏度分析结果,以敏感度最大的随机变量为优化参数进行优化设计,通过筛选10000组设计样本,最终得到优化结果。对应的最优设计点如表5所示。

表5 随机参数和优化前后的数值对照

序号	参数	设计值	优化结果
1	$H_1/\text{mm}$	10	10.8
2	$H_2/\text{mm}$	10	10.3
3	$R_1/\text{mm}$	6	5.09
4	$R_2/\text{mm}$	6	5.99
5	$R_3/\text{mm}$	5	5.99
6	$R_4/\text{mm}$	5	5.95
7	$\mu_1$	0.15	0.18
8	$M/(\text{N}\cdot\text{m})$	3	4.93

通过优化参数所得到的结构最大位移为41.14mm,即,结构的弯曲变形量 $\Delta x$ ,对于整个螺栓联接结构,其弯曲刚度 $k_l$ ,定义为:

$$k_l = F/\Delta x. \quad (8)$$

优化前后的结果进行比较,如表6所示。

表6 优化前后结构抗弯刚度分析( $\text{N}\cdot\text{m}$ )

优化前	优化后	刚度增量
24084.8	24307.2	222.4

由表6可以看出,通过对灵敏度较高的4个随机变量进行目标驱动优化设计,使螺栓联接结构的整体抗弯刚度增加了222.4N·m。这说明,在保证其他结构参数不变的前提下,可以通过优化螺栓联接结构,提高结构整体的刚性,为今后螺栓联接结构的先进设计提供了一定的依据。

## 3 结论

(1)有限元计算结果与模态试验的比较分析表明使用增强拉格朗日方法可以很好的模拟螺栓联接结构之间的接触问题,为今后深入研究螺栓联接结构打下了很好的基础。

(2)通过对螺栓联接结构参数进行灵敏度分析,得出螺栓预紧力的大小并不是影响螺栓联接结构刚度的决定性因素,只是几个重要的影响参数之一。结构的几何参数对螺栓联接结构的刚度影响较大。

(3)通过对螺栓联接结构进行目标驱动优化设计发现,在整体几何参数和材料不变的情况下,通过合理设计螺栓联接结构,可以提高整体的刚性。这就为合理的螺栓联接结构设计提供了很好的依据。

(4)在实际工程中,法兰螺栓联接结构需要由数量较多的螺栓进行联接,尤其对于航空发动机机匣联接处,存在几十个螺栓。对于整个发动机结构来说,存在大量的螺栓联接结构。因此,通过对一个螺栓联接结构进行目标驱动优化设计可以提高一定的刚度,则对于整个结构来说,将会使结构的刚性有较大的提高,为今后合理提高法兰螺栓联接结构提出了一定的依据。

## 参考文献

- [1] 赵猛,张以都,马良文,等. 装配结构模态仿真与实验对比研究. 振动与冲击, 2005, 24(1): 28-30.
- [2] Terry L. Aerodynamic shape optimization using a real-number encoded genetic algorithm. AIAA, 2001-2473.

本文共有参考文献10篇,因篇幅所限,未能全部列出,如有需要请向本刊编辑部索取。(责编 日午)