

# 齿轮传动系统动态特性分析

## Analysis on Dynamic Characteristics of a Stage Gear Transmission System

中国空空导弹研究院 郭玉姗 段丽华

**[摘要]** 针对圆柱直齿轮副的模态和动态响应问题,利用有限元软件进行分析。首先在UG中建立圆柱齿轮副的三维实体模型,并导入有限元软件patran中,建立起有限元模型。然后通过模态分析得出前20阶固有频率及相应主振型,模态结果表明了从动轮固有频率较低,较易产生共振;在模态分析的基础上,对齿轮副进行了动力学瞬态响应分析,结果显示结构在工作冲击载荷作用下不易发生破坏。

**关键词:** 齿轮 有限元 模态分析 动力学响应

**[ABSTRACT]** The finite element method is used aim to analyze the modal and dynamic response problem of a cylindrical gear pair. First, the 3D solid modal of the gear pair is built by UG, which is imported to the software patran to build the finite element modal. Then, the first 20 natural frequencies and vibration modes can be gotten by modal analysis. The results show that the natural frequency of the driven wheel is lower, and easy to produce resonance. Finally, the dynamics transient response of the gear pair is analyzed based on modal analysis results, indicating that the whole structure is less prone to damage under the working impact loading.

**Keywords:** Gear system Finite element Modal analysis Dynamic response

齿轮传动系统广泛应用于机械传动装置,具有传动比大、效率高和工作可靠等优点<sup>[1]</sup>。但齿轮副工作时会有复杂的接触,在内外激励作用下会产生较大的振动和噪声,影响整个设备的工作精度和可靠性。现代工业对传动系统的精度及可靠性提出了更高的要求,齿轮系统动态特性的研究受到了广泛关注。通过研究齿轮副的动态特性,找出齿轮工作时的薄弱环节、避免共振,具有重要的实际应用价值<sup>[2]</sup>。目前,对于单个圆锥或圆柱齿轮及整个齿轮系统的模态和频响分析的研究较为深入,而针对圆柱直齿轮副的模态及频响的分析还很少<sup>[1-4]</sup>。本文首先建立了圆柱直齿轮副啮合的三维实体模型和有限元分析模型,然后通过模态分析和瞬态响应分析得到齿轮副的模态特性。为圆柱直齿轮模态特性的准确预测、结构优化、噪声控制及进一步的动力学研究打下

了基础。

## 1 有限元分析理论基础

### 1.1 模态分析理论简介

根据有限元法,对任意一个典型的振动系统,结构的动平衡方程组为:

$$M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + K\delta = F, \quad (1)$$

其中:  $\delta$ 、 $\dot{\delta}$ 、 $\ddot{\delta}$  为结构的节点位移、速度、加速度向量;  $F$  为结构的整体载荷向量,时间  $t$  的函数;  $K$  为结构的整体刚度矩阵;  $C$  为结构的整体阻尼矩阵;  $M$  为结构的整体质量矩阵。

计算结构的模态(固有频率和振型)时,阻尼影响很小,所以忽略不计<sup>[3]</sup>。方程(1)变成无阻尼自由振动方程:

$$M\ddot{\delta} + K\delta = F \quad (2)$$

各节点在平衡位置附近做简谐振动,位移可表示为:

$$\delta = \delta_0 \cos(\omega t + \varphi), \quad (3)$$

式中:  $\delta_0$  为各节点振幅向量(即振型);  $\omega$  为与振型相对应的频率;  $\varphi$  为相位角。

将式(2)代入式(3)得到:

$$(K + \omega^2 M)\delta_0 = 0 \quad (4)$$

式(4)是个典型的特征值方程问题,可求得任意一阶固有频率  $\omega_i$ , 并确定与之对应的振幅向量  $(\delta_0)_i$ 。

### 1.2 动力响应分析的基本理论

结构的动力响应分析是求二阶常微分方程的初值问题,如下:

$$\begin{aligned} M\ddot{\delta} + C\dot{\delta} + K\delta &= F(t) \\ \delta &= \delta(0) \\ \dot{\delta} &= \dot{\delta}(0) \end{aligned} \quad (5)$$

完成系统的固有频率及振型的求解后,采用振型叠加法求解方程(5)。引入变换如下:

$$\delta(t) = \delta_0 X(t) = \sum_{i=1}^n (\delta_0)_i X_i \quad (6)$$

得到每个振型的响应后,将结果叠加即可得到系统的响应:

$$\delta(t) = \sum_{i=1}^n (\delta_0)_i x_i(t) \quad (7)$$

## 2 齿轮副有限元建模

### 2.1 三维实体建模

在UG6.0中,建立两个齿轮的三维实体模型,并通过装配约束关系使主、从动轮正确啮合,如图1所示。

齿轮副的几何尺寸及材料的基本参数如表1所示。

### 2.2 有限元建模

将建立的齿轮三维实体模型保存为 parasolid 文件格式,导入有限元分析软件 patran 中。采用八节点六面

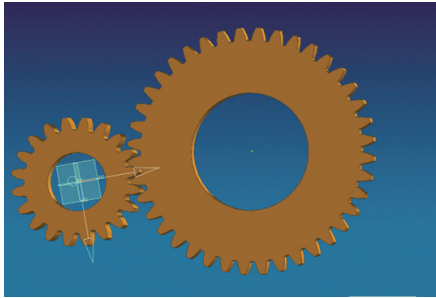


图1 齿轮三维实体模型

Fig.1 Three-dimensional solid model of gear pair

表1 齿轮副的几何尺寸及材料基本参数

	模数 $m$	齿数 $z$	压力角 $\alpha / (^\circ)$	材料密度 / ( $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$ )	弹性模量 $E/\text{GPa}$	泊松比
主动轮	2	20	20	7.8	210	0.3
从动轮	2	40				

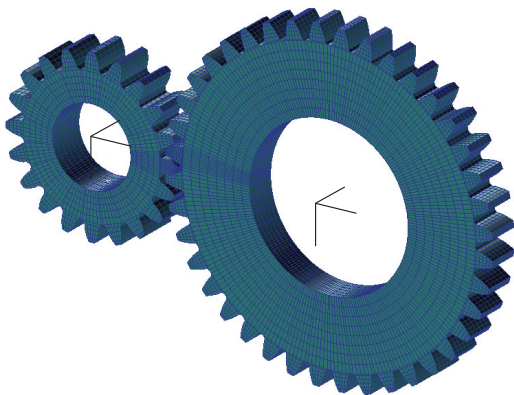


图2 齿轮有限元网格划分

Fig.2 Finite element mesh of gear pair

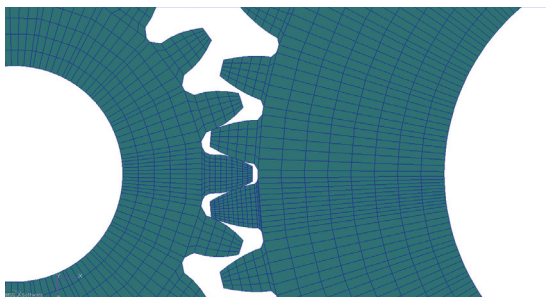


图3 啮合处网格细化结果

Fig.3 Engagement of the mesh refinement results

体单元对模型进行网格划分,并在两齿轮啮合部分进行了网格细化,结果如图2所示。啮合处网格细化结果如图3所示。

## 3 仿真结果与分析

### 3.1 齿轮副模态分析

表2 齿轮副前20阶模态结果

阶数	固有频率/Hz	阶数	固有频率/Hz
1	0.0041	11	20826
2	0.0045	12	20856
3	14784	13	22801
4	15681	14	25054
5	16396	15	29274
6	17688	16	30905
7	17772	17	35311
8	18681	18	37474
9	18852	19	38312
10	20809	20	38312

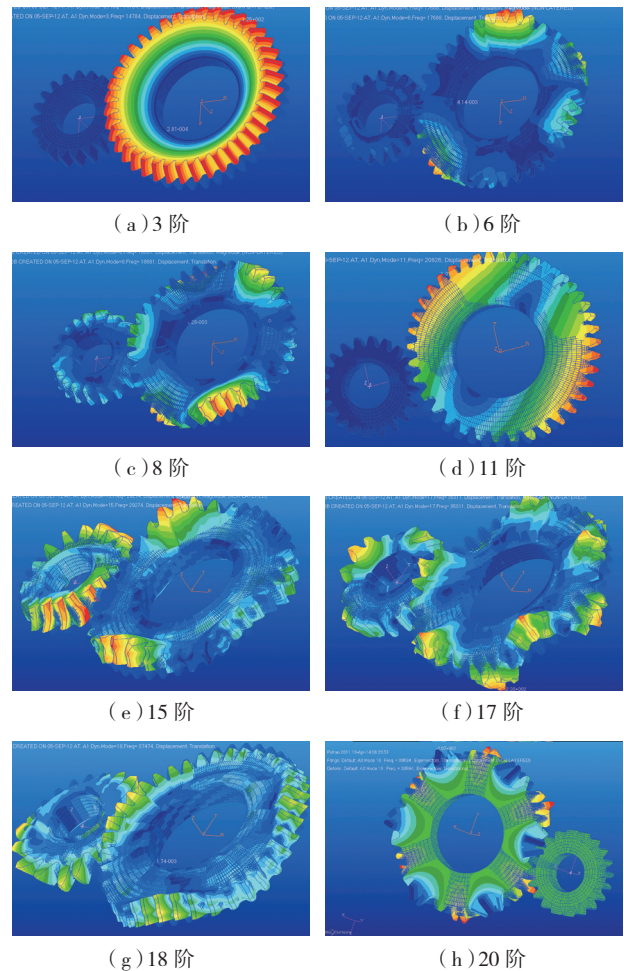


图4 齿轮副典型模态

Fig.4 Typical modal of gear pair

模态是由系统的固有特性所决定的,与外载荷无关,无需加载,通常只施加约束条件<sup>[4]</sup>。但对齿轮副,两齿轮啮合时,接触对整个结构的模态存在一定程度的影响<sup>[3]</sup>。

(1)选择命令 contact—deformed—3D,建立接触关系;(2)约束条件:从动轮轴孔处所有节点均固定;限制主动轮轴孔处所有节点只能绕着主动轮轴心线转动。(3)施加预应力:已知工作状态下的转矩为  $T=479\text{N}/\text{mm}$ ,等效为主动轮轴孔圆柱面上每个节点上沿圆周方向的力为:

$$f = \frac{T}{nr} = \frac{479\text{N} \cdot \text{mm}}{2732 \times 3\text{mm}} \approx 0.058\text{N} \quad (9)$$

式中,  $n$  为主动轮轴孔节点数;  $r$  为主动轮轴孔半径;(4)提交计算,将齿轮副看做一个整体,得到前 20 阶模态结果,具体见表 2。

由表 2 分析可以发现,齿轮副第一、二阶固有频率接近零,为刚体模态。分别是主动轮沿其轴心线的平动刚体模态和绕其轴心线的转动刚体模态<sup>[6]</sup>。

下面选取比较典型的模态振型截图,如 4 所示。齿轮的低阶固有振型主要包括:(1)伞形振:轴向的振动表现为收缩伞状振型;(2)弯曲振:主要表现为轮齿的弯曲振动;(3)对折振:主要表现为轴向出现规则波浪振型,在端面上为规则多边形振型;(4)扭振:轴向基本无振动,在各端面上表现为相对扭转振动;(5)径向振:主要表现为齿轮沿径向伸缩,端面出项多边形振型,轴向基本无振动;(6)圆周振:径向基本无振动,在端面表现为圆周方向的振动。

由模态振型图可看出,低阶振型主要是从动轮振型,如图 4 (a)的伞型振、图 4 (b)的二阶对折振、图 4 (c)的弯曲振以及图 4 (d)的圆周振。高阶振型为主动

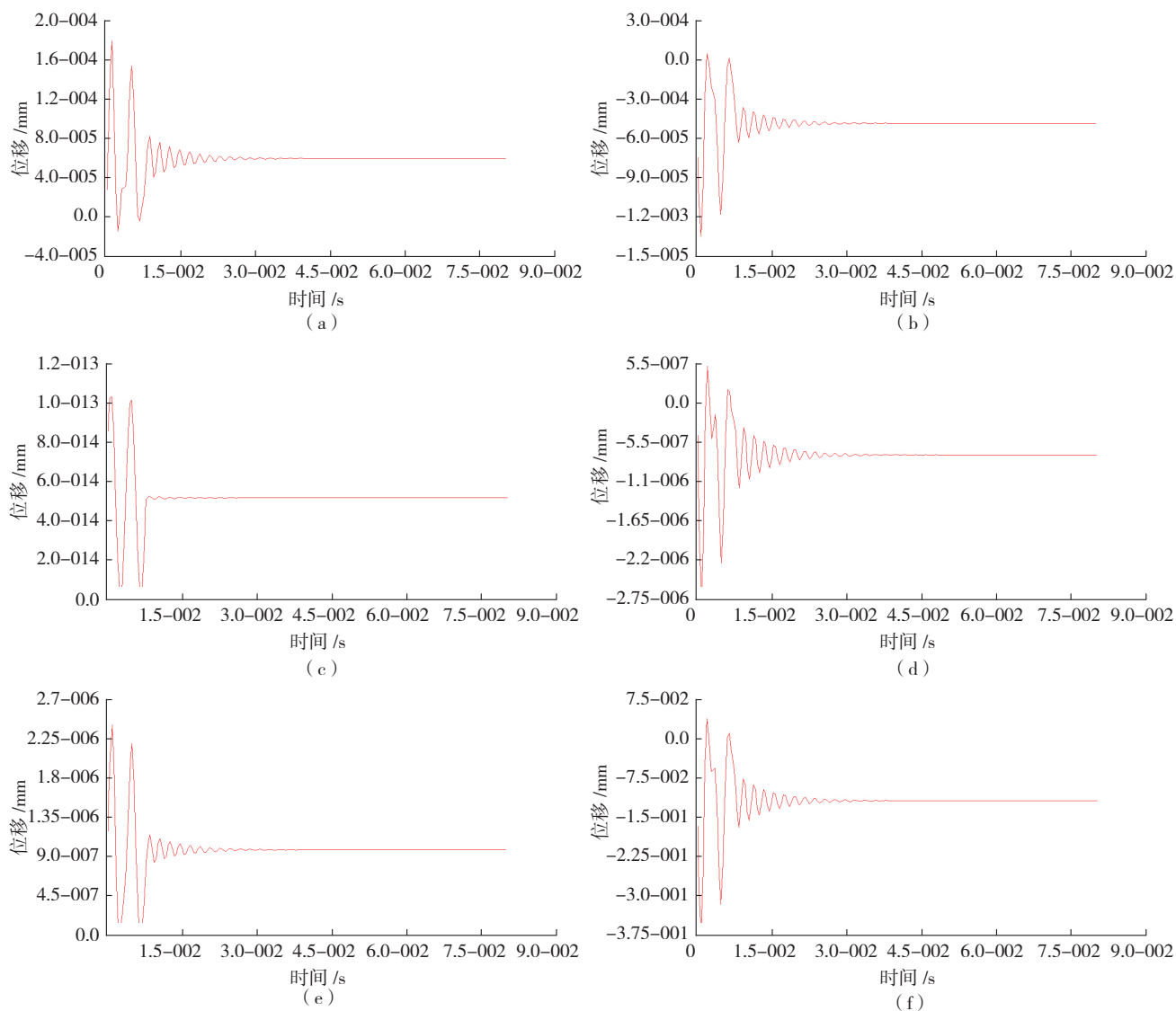


图5 齿轮副瞬态响应

Fig.5 Transient Response of Gear Pair

轮、从动轮共同振型,如图4(e)~(g)所示的弯曲振型。到第20阶,振型只有主动轮的圆周振,如图4(h)所示。

分析从动轮固有频率比主动轮低,共振时变形量相对较大。结构共振时,最有可能发生的是弯曲振型。在齿轮系统结构设计时,应充分考虑齿轮副的固有频率和振型,使工作频率避开其固有频率,防止结构产生破坏<sup>[7]</sup>。

### 3.2 齿轮副瞬态响应分析

将齿轮副模态分析的模型数据文件读入,定义载荷工况、设定边界条件并提交分析。载荷为沿轴向大小为10N的冲击载荷。分别选取主、从动轮的啮合点、轮齿上的点及内轴上的点进行瞬态响应分析,结果如图5所示。

由频响分析结果可知,所选取各点均在很短的时间内产生振动,最大冲击变形出现在最开始阶段。当振动停止后,有残余塑性变形。但变形值都非常小,可以忽略不计,结构并未产生破坏<sup>[8]</sup>。

## 4 结论

本文采用有限元分析方法研究了圆柱直齿轮传动的动态特性。考虑齿轮啮合时接触条件对整个结构动态特性的影响,建立起有限元模型,进行了模态和瞬态响应分析。得到以下结论:(1)通过对比模态分析得到的各阶频率和振型可知,低阶振型以从动轮为主,高阶振型主、从动轮均有明显振动;从动轮固有频率明显低于主动轮。(2)通过瞬态响应分析结果可知,以工作状态下的轴向冲击载荷进行仿真,结构产生微小塑性变形,但没有破坏的危险。(3)仿真结果对了解圆柱齿轮副的固有动态特性以及进一步的结构优化设计具有重要意义。

### 参考文献

[1] 杨超云,万茂林,诸葛晓宇.差速器锥齿轮参数化建模及模态分析.轻型汽车技术,2012(1):18-20.  
 [2] 吴斌,葛文杰.具有不同腹板孔的弧齿锥齿轮模态分析.机械制造,2011(6):49-50.  
 [3] 王彝,华林.高速旋转状态下汽车弧齿锥齿轮的动力学分析.汽车工程,2011(5):447-451.  
 [4] 陶泽光,李润芳.齿轮系统有限元模态分析.机械设计与研究,2000(3):45-46.  
 [5] 韩清凯,孙伟.弹性力学及有限元法基础教程.济南:山东大学出版社,2009:68-102.  
 [6] 马爱军.PATRAN和NASTRAN有限元分析专业教程.北京:清华大学出版社,2005:33-98.  
 [7] 薛延华,王志广,江新,庄焕平.某型艇用双联斜齿轮本体振动模态分析.机械传动,2011(5):46-48.  
 [8] 庞辉,方宗德,欧卫林.多平行齿轮耦合转子系统的振动特性分析.振动与冲击,2007(6):21-25.

(责编 亿霖)

(上接第68页)

零件外表面和边缘,如:表面抛光差、可接受的小沟槽或污点等。

适航审查主要关注前两类的缺陷。大部分危险的缺陷必须被排除(或至少限制在局部,例如出现在小的面积上)。避免上述缺陷的主要方法是:采用规范的质量控制来确保原材料的质量,严密的生产工艺过程控制,不断地总结制造过程中发现的问题并予以解决,积累经验 and 数据。

## 5 结束语

当今复合材料零部件的制造工艺在不断的发展,各种低成本制造技术应运而生,纤维缝合技术、树脂转移模塑成形技术(RTM)、树脂膜渗透成形技术(RFI)、低成本模具技术、低温低压固化技术、电子束固化技术、缠绕技术、铺放技术等得到迅速发展和应用。适航需要关注新技术、新工艺,不断完善有关规章、程序的要求,掌握相关审查技术,为民用航空事业的发展,做好充分的准备。

我国将成为先进复合材料的最大用户,却面临着国外技术的严密封锁与技术储备的严重不足。为实现先进复合材料及其成形制造技术在民用航空乃至国防、航空航天领域的广泛应用,必须坚持自主研发,解决原料问题,相关理论与方法问题,规范和标准制定问题,政策支持问题。尤其是应特别关注复合材料零部件设计和制造过程的标准化、规范化,在借鉴国外先进经验的基础上,形成共享的标准化的行业材料规范和工艺规范,以利于民用航空工业的发展。

### 参考文献

[1] 李宏运.复合材料在民机应用中有关适航问题的探讨.航空制造技术,2009(16):26-29.  
 [2] 杨乃宾,梁伟.大型民机机体结构用复合材料分析.航空制造技术,2009(5):68-70.  
 [3] 张纪奎,郇正能,程小全,等.复合材料整体结构在大型民机上的应用.航空制造技术,2007(9):38-43.  
 [4] 中国民用航空总局.中华人民共和国民用航空器适航管理条例,1987.  
 [5] 中国民用航空总局.民用航空产品和零部件合格审定规定,CCAR-21-R3,2007.  
 [6] 中国民用航空局航空器适航审定司.航空器型号合格审定程序,AP-21-AA-2011-03-R4,2011.  
 [7] 中国民用航空局航空器适航审定司.生产批准和监督程序,AP-21-AA-2010-04-R4,2011.  
 [8] 中国民用航空局.运输类飞机适航标准,CCAR-25-R4,2011.  
 [9] Federal Aviation Administration. Quality control for the manufacture of composite structures, AC 21-26, 1989.

(责编 小城)