叶片表面测量点曲线拟合及轮廓度误差评定

Measurement Points Curve Fitting and Contour Error Evaluation for Blade Surface

海克斯康测量技术（青岛）有限公司　王　进

王　进

硕士研究生，中级工程师，毕业于西北工业大学飞行器设计专业。工作以来一直从事于有限元数值仿真工作，开发过多个数值算法，拥有 2 项专利并发表过 6 篇专业技术论文。

航空制造工业中，飞机机翼和叶片等复杂型面的零件都需要进行高精度数控加工，然后通过使用三坐标测量机测量方法，来进行质量控制。测量过程中如果受制于时间或机器性能限制，无法进行扫描测量，则只能测量有限个点。由于测量点是随机产生的，如果只进行测量点与模型理论点的比较，则可能会与实际情况相差较大。故更为精确的方法是采用曲线拟合测量点的方式，进行轮廓度误差评定。

航空制造工业中，飞机机翼和叶片等复杂型面的零件都需要进行高精度数控加工，然后通过使用三坐标测量机测量方法，来进行质量控制。测量过程中如果受制于时间或机器性能限制，无法进行扫描测量，则只能测量有限个点。由于测量点是随机产生的，如果只进行测量点与模型理论点的比较，则可能会与实际情况相差较大。故更为精确的方法是采用曲线拟合测量点的方式，进行轮廓度误差评定。

由于 NURBS 曲线不仅能够精确地统一表示标准解析曲线和自由曲线，而且其形状控制能力十分强大、灵活，因此 1991 年国际标准化组织（ISO）将 NURBS 方法规定为工业产品模型数据交换标准（Standard for the Exchange of Product Model Data,STEP），该标准是定义工业产品几何形状的唯一数学方法[1]。现在，大多数商用 CAD、CAM 软件都已经支持用 NURBS 方法来描述定义零件的外形轮廓，如 AutoCAD、Pro/E、CATIA 、CIMATRON 等。故本文采用 NURBS 曲线来拟合数据点。

NURBS 曲线拟合及轮廓度

1　NURBS 曲线拟合

NURBS 曲线是非均匀有理 B 样条曲线（Non-Uniform Rational B-Spline）的英文缩写。

其有理分式表示一条 k 次曲线可以表示为一分段有理多项式函数：

$$p(u)=\frac{\sum_{i=0}^{n}\omega_i d_i N_{i,k}(U)}{\sum_{i=0}^{n}\omega_i N_{i,k}(U)},\qquad (1)$$

式中，$N_{i,k}(u)$ 的双下标中第一下标 i 表示基函数的序号；第二下标 k 表示

次数。每个基函数由 u 取值范围内的 k 个子区间来定义。基函数的求取是一个递推过程。k 次 NUBS 基函数是由两个相邻的 k-1 次 NUBS 基函数的线性组合构成的。基函数递推公式 [2] 如下：

$$\begin{cases} N_{i,0}(u)=\begin{cases}1 & u_i\leqslant u\leqslant u_{i+1}\\ 0 & \text{其他}\end{cases} \\ N_{i,k}(u)=\dfrac{u-u_i}{u_{i+k}-u_i}N_{i,k-1}(u)+ \\ \qquad\dfrac{u_{i+k+1}-u}{u_{i+k+1}-u_{i+1}}N_{i+1,k-1}(u)\quad k\geqslant 1 \\ \text{规定 } 0/0=0\end{cases}\quad ,(2)$$

式中，u_i 为节点矢量，本文采用向心参数化法对测量数据点进行参数化。这是由美国波音公司的 Lee[3] 提出的，向心参数化法考虑了数据点相邻弦线的折拐情况，可以给出比均匀参数化法和积累弦长参数化法更合理的结果。具体公式如下所示：

$$\begin{cases} u_0=0 \\ u_i=u_{i-1}+|\Delta P_{i-1}|^{1/2} \\ \quad(i=1,2,\cdots,n)\end{cases}\quad ,(3)$$

对于非周期 NURBS 曲线，一般取两端节点的重复度为 k+1，U=[α, …, α, u_{k+1}, …, u_n, β, …, β]，本文中 α, β 的取值分别为 0 和 1。

d_i 为控制顶点，通过将测量点坐标和相应的参数 u_i，代入式 1，得到线性方程组，反算求解出。

w_i (i=0,1, …, n) 为权因子，分别与控制顶点 d_i (i=0,1, …, n) 相对应。当 w_i=1 (i=0,1, …, n) 时，一条 k 次 NURBS 曲线退化为一条 k 次 B 样条曲线。

2 轮廓度评估

由于最小二乘评定法和两端点法与最小区域评定法相比，都存在一定的误差 [4]，故本文线轮廓度误差的评定方法采用最小区域评定法。最小区域是指由两条曲线包容实际轮廓线时，理想轮廓线穿过实际被测轮廓线，这两条曲线分别至理想轮廓线的法向距离相等且它们之间的宽度为最小包容区域。

3 匹配测点与理论曲线轮廓

当测量点与理论曲线轮廓的位置趋于最佳匹配时，才能满足最小区域条件的评定原则，所以需对测点进行平移、旋转变换。

本文采用的平移、旋转方法如下式所示：

$$\begin{cases} r_i=\sqrt[2]{(x_i-x_0)^2+(y_i-y_0)^2} \\ \theta_i=\tan^{-1}\left(\dfrac{y_i-y_0}{x_i-x_0}\right) \\ x'_i=r_i\times\cos(\theta_i+\Delta\theta)+x_0+\Delta x \\ y'_i=r_i\times\sin(\theta_i+\Delta\theta)+y_0+\Delta y \\ (i=1,2,\cdots,n)\end{cases}\quad ,(4)$$

式中，x_0, y_0 为原曲线参考点坐标，x_i', y_i' 为除参考点外曲线上其他所有点，为平移、旋转后的坐标，$\Delta\theta$、Δx、Δy 为需要平移、旋转的值。

4 基于最小条件的非线性最优化算法

本文的非线性最优化算法采用了 Nelder-Mead 算法 [5] 进行计算。Nelder-Mead 算法是无约束最优化算法中的直接搜索算法 [6]，不需要计算偏导数，只需要计算 $f(x)$ 值。这可以避免实际中很多目标函数要解析的计算它的偏导数较困难的现象。

算法应用及优化

本文针对某一具体叶片(如图 1 所示)。图 2 为其不同截面上叶片三维数模的理论点数据，实际测量点数据使用三坐标测量机测出，然后采用三次 NURBS 方法对实际测量点和理

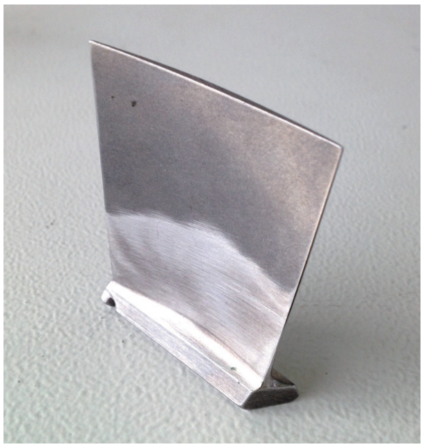

图1 叶片

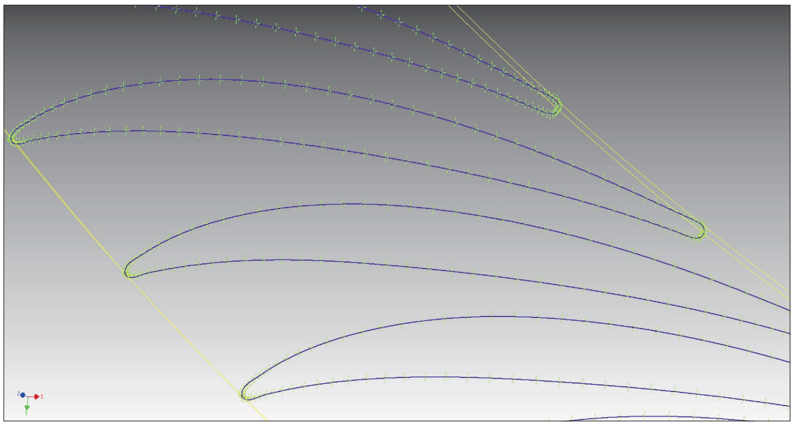

图2 不同截面上的叶片三维模型理论点

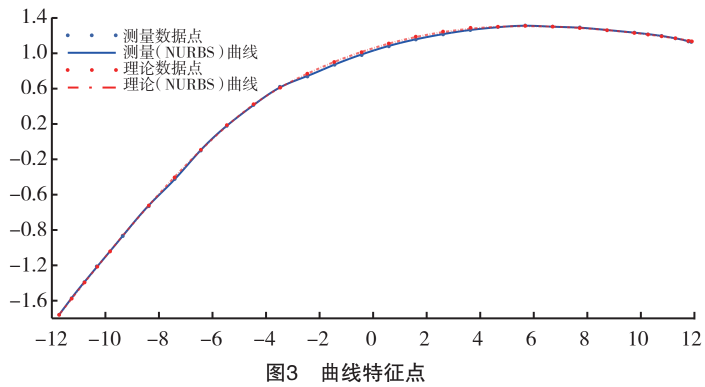

图3 曲线特征点

论点分别进行曲线拟合，并基于最小区域法，对叶片轮廓度误差进行评估。

由于基于最小条件的非线性最优化算法中，叶片曲线要求精度较高，所以曲线点数很多。如果将测量曲线每个点都与理论曲线进行最小条件的非线性最优化计算，会严重影响计算效率。故本文采用将测量曲线取其特征点（如图 3 所示），特征点即为本身曲线的型值点 + 每两个型值点之间与两点连线最远距离的点，然后只将特征点与理论曲线进行优化计算。

经计算表明，进行算法优化后的程序约需 1min40s，而没经优化的程序约需 10min。

图 4 显示了非线性最优化算法中，计算最小距离中最大值的迭代收敛曲线。

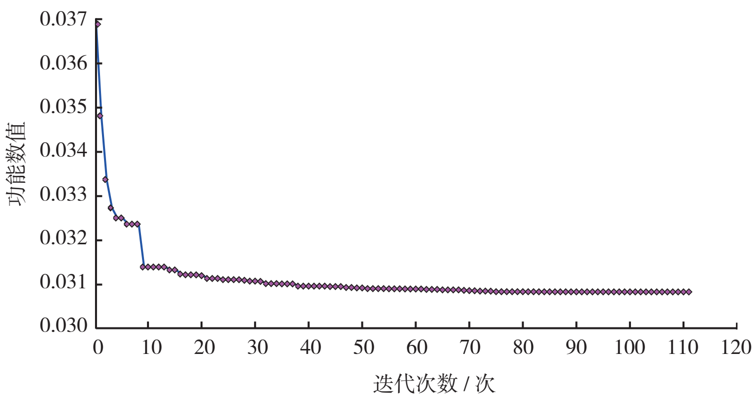

图4　非线性最优化迭代过程

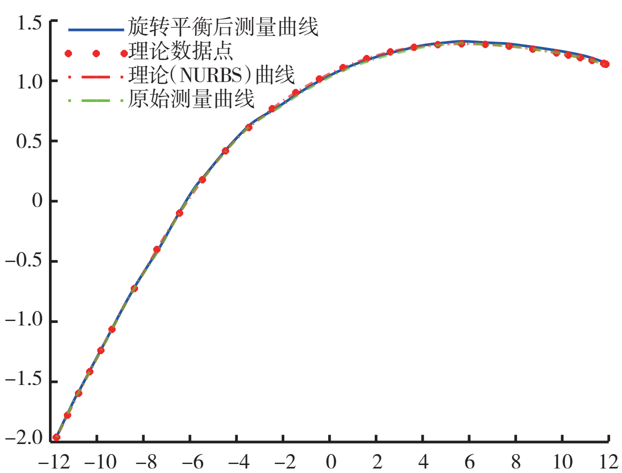

图5　三次NURBS曲线

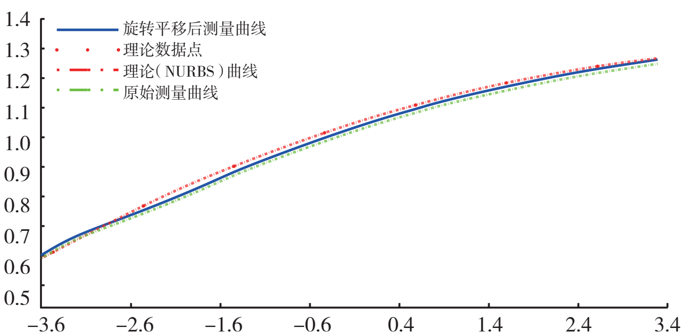

图6　三次NURBS曲线（局部放大）

图 5 显示了生成的三次 NURBS 曲线，其中红色线为理论测量点拟合曲线，绿色线是原始的测量点拟合的曲线，而蓝色线是经过非线性最优化算法计算后，平移、旋转后的曲线。

图 6 为局部放大的三次 NURBS 拟合曲线，从图中可以看到，经平移旋转后，蓝色线较绿色线，更为接近红色线（理论曲线）。

最终计算结果显示：初始测量点与理论曲线最大距离为 0.038000mm，平移旋转后测量点与理论曲线最大距离为 0.022376mm。基于此结果，可对叶片轮廓度的误差进行评估。

结　论

针对航空制造工业中，叶片测量过程中需要进行曲线拟合、轮廓度误差评估等问题。本文采用三次 NURBS 曲线，通过拟合测量点与理论点，分别生成测量轮廓曲线和理论轮廓曲线。然后基于最小区域条件的非线性最优化算法，将测量轮廓曲线和理论轮廓曲线进行匹配，验证了此算法可以用于实际的叶片轮廓曲线拟合和匹配工作。

同时，在非线性最优化算法中，采用了基于曲线特征点的方式来进行计算，大大提高了计算效率，使算法更加适用于现实工程应用。

参 考 文 献

[1]　施法中 . 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 . 北京：北京航空航天大学出版社，1994.

[2]　朱心熊 . 自由曲线曲面造型技术 . 北京：科学出版社，2000.

[3]　Lee E T Y. Choosing nodes in parametric curve interpolation. CAD, 1989, 21(6): 363-370.

[4]　汪恺 . 形状和位置公差标准应用指南 . 中国标准出版社，1999：311-314.

[5]　Nelder, John A, Mead R. A simplex method for function minimization. Computer Journal, 1965(7): 308-313.

[6]　张光澄 . 非线性最优化计算方法 . 北京：高等教育出版社，2005:99-107.

（责编　亿霏）